

内部E. と体積Vの関係は?

断熱変化では $dQ = 0$

dU は外からされる仕事 $dW = -PdV$ に等しいので, $dU = -PdV$ となる。
したがって $PdV + C_V dT = 0$ となる。

これがnモルの理想気体では

$$P = \frac{nRT}{V} \quad \text{なので 上式に代入して}$$

$$\frac{nRT}{V} dV + C_V dT = 0$$

ここでマイナスの関係式 $C_P - C_V = nR$ を用いれば

$$\left(\frac{C_P - C_V}{C_V} \right) \frac{dT}{V} + \frac{dT}{T} = 0$$

ここで C_P と C_V の比 $\frac{C_P}{C_V} = \gamma$ (比熱比) とすると

$$(\gamma - 1) \frac{dT}{V} + \frac{dT}{T} = 0$$

理想気体の比熱比 γ は 温度に依らずほぼ一定であることから
これを定数として積分すると

$$(\gamma - 1) \ln V + \ln T = \text{const}, \quad (\gamma > 1)$$

すなわち $V^{\gamma-1} T = \text{const.}$ となり, さらに $T = \frac{PV}{nR}$ ので

$$PV^{\gamma} = \text{const.} \dots \text{ボアソンの式.}$$

$C_P > C_V$ となり, つまり $\gamma > 1$ である.

$PV^{\gamma} = \text{const.}, \gamma > 1 \dots$ 理想気体が断熱的に変化するとその
圧力と体積の関係

