① について

$$\frac{m}{2}-1<\left[\frac{m}{2}\right]\le\frac{m}{2} \text{ より } \frac{m}{2}<\left[\frac{m}{2}\right]+1\le\frac{m}{2}+1$$

$$\therefore\ m<2\left(\left[\frac{m}{2}\right]+1\right)$$

また，分母も項を減らす分には不等号の向きは変わらない.

② について 分母の項を1つ減らしただけ.

③ について

$$※\text{の}\begin{cases}(\text{分子})<\left(\frac{1}{2}\left[\frac{n_\varepsilon}{2}\right]\right)^{\left[\frac{m}{2}\right]+1}\\(\text{分母})>\left(m-\left[\frac{m}{2}\right]\right)^{\left[\frac{m}{2}\right]+1}\ge\left[\frac{m}{2}\right]^{\left[\frac{m}{2}\right]+1}\end{cases}$$

$$\left(\because\ \frac{m}{2}\ge\left[\frac{m}{2}\right] \text{ を2倍して } m\ge\left[\frac{m}{2}\right]+\left[\frac{m}{2}\right] \quad \therefore\ m-\left[\frac{m}{2}\right]\ge\left[\frac{m}{2}\right]\right)$$

より

$$※<\left(\frac{\left[\frac{n_\varepsilon}{2}\right]}{2\left[\frac{m}{2}\right]}\right)^{\left[\frac{m}{2}\right]+1}\le\left(\frac{1}{2}\right)^{\left[\frac{m}{2}\right]+1}<\left(\frac{1}{2}\right)^{\left[\frac{m}{2}\right]}$$

④ について $m\ge n_\varepsilon$.

$$\therefore\ \lim_{m\to\infty}\frac{|x|^m}{m!}=0$$ である. //

〈補足〉任意の $x,y\ (\in\mathbb{C})$ に対して $e^{x+y}=e^xe^y$ の証明の説明.

$$e^{x+y}:=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(x+y)^k}{k!}=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{k!}\sum_{l=0}^{k}\frac{k!}{l!(k-l)!}x^ly^{k-l}$$

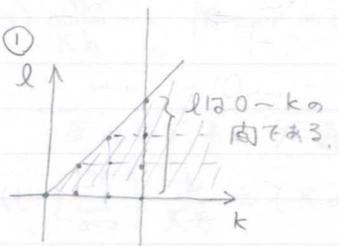
$$=\sum_{k=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{k}\frac{x^ly^{k-l}}{l!(k-l)!}\ \cdots ①$$

$$=\sum_{l=0}^{\infty}\sum_{k=l}^{\infty}\frac{x^ly^{k-l}}{l!(k-l)!}\ \cdots ②$$

$$=\left(\sum_{l=0}^{\infty}\frac{x^l}{l!}\right)\left(\sum_{m=0}^{\infty}\frac{y^m}{m!}\right)$$

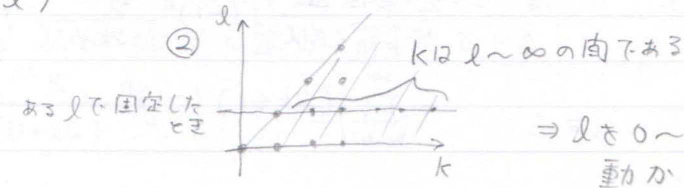
$(m=k-l)$

$$=e^xe^y$$



⇒ kを0〜∞で動かす

あるkで固定したとき



⇒ lを0〜∞で動かす.

①と②は格子点の見方がちがうだけ!