I_{11}, I_{22}, I_{33} をそれぞれ x, y, z 軸に関する慣性モーメント

$-I_{23}, -I_{31}, -I_{12}$ を慣性乗積と呼ぶ。

(iii) 運動エネルギー

$$T=\frac{1}{2}\int \vec{v}^2 dm=\frac{1}{2}\int(\vec{\omega}\times\vec{r})^2 dm$$

ここで、$(\vec{\omega}\times\vec{r})^2=(\underbrace{\vec{\omega}\times\vec{r}}_{A})\cdot(\underbrace{\vec{\omega}}_{B}\times\underbrace{\vec{r}}_{C})=\underbrace{\vec{\omega}}_{B}\cdot\{\underbrace{\vec{r}}_{C}\times(\underbrace{\vec{\omega}\times\vec{r}}_{A})\}$

$$\therefore\ T=\frac{1}{2}\vec{\omega}\cdot\vec{L}=\frac{1}{2}\sum_{ij}\omega_i I_{ij}\omega_j \quad \cdots\cdots ④$$

ここで、I_{ij} は実対称行列であるから、I を対角化する直交座標軸（慣性主軸）が存在する

行列の主値 $I_{11}=A$, $I_{22}=B$, $I_{33}=C$ を主慣性モーメントと呼ぶ。

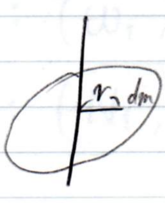
このとき、③, ④より、$L_1=A\omega_1$, $L_2=B\omega_2$, $L_3=C\omega_3$ $\cdots\cdots$ ⑤

$$T=\frac{1}{2}(A\omega_1^2+B\omega_2^2+C\omega_3^2)\quad\cdots\cdots ⑥$$

☆ 慣性モーメント 補足

剛体に固定した軸まわりの慣性モーメントの性質

・回転半径

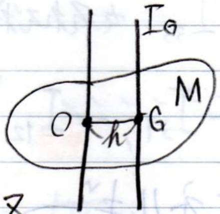


$$I=\int r^2 dm$$

$$K^2=\frac{\int r^2 dm}{\int dm}$$

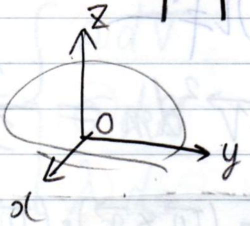
・平行軸の定理

$$I = I_G + Mh^2$$

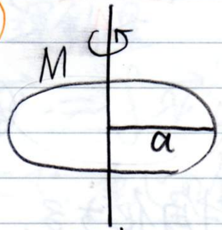


・平板剛体の場合

$$I_z = I_x + I_y$$

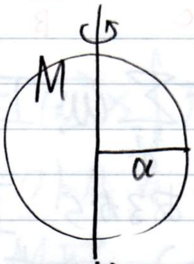


(例)



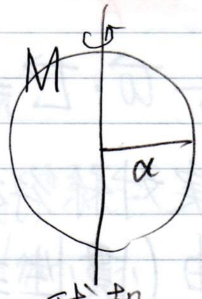
円板

$$I = \frac{1}{2}Ma^2$$



球

$$I = \frac{2}{5}Ma^2$$



球殻

$$I = \frac{2}{3}Ma^2$$