

3.6. 電子スピン

• 量子数

$$\begin{cases} \hat{S}^2 \Gamma = s(s+1)\hbar^2 \Gamma \\ \hat{S}_z \Gamma = m_s \hbar \Gamma \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} s : \text{スピン量子数} \\ m_s : \text{スピン磁気量子数} \\ (m_s = s, s-1, \dots, -s) \end{cases}$$

→ m_s には2通りの値しか許されない

$$2s+1=2$$

$$\rightarrow \begin{cases} s=1/2 \\ m_s = \pm 1/2 \text{ (半整数角運動量)} \end{cases}$$

s は大きな値を取れないので、スピン角運動量は決して古典的に振る舞うことはない。

3.6. 電子スピン

• 固有関数

$$\Gamma \begin{cases} \alpha \text{ for } m_s = +1/2 & \alpha \text{ スピン状態 (上向きスピン)} \\ \beta \text{ for } m_s = -1/2 & \beta \text{ スピン状態 (下向きスピン)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \hat{S}_z \alpha = +\hbar/2 \alpha \\ \hat{S}_z \beta = -\hbar/2 \beta \end{cases}$$

3.6. 電子スピン

• 電子の波動関数の拡張

• これまでの電子座標 $\mathbf{r} = (x, y, z)$ に加えて、スピン座標 σ を導入する。

$$(x, y, z) \rightarrow (x, y, z, \sigma)$$

• σ とは? 4番目の座標

- 古典的に対応する量がない。
- 2つの値しか取りえない。

$$\sigma = \uparrow \text{ or } \downarrow$$

$$\begin{cases} \alpha(\uparrow) = 1, \alpha(\downarrow) = 0 \\ \beta(\uparrow) = 0, \beta(\downarrow) = 1 \end{cases} \text{ 行列で表示} \rightarrow \begin{cases} \alpha \rightarrow \begin{pmatrix} \alpha(\uparrow) \\ \alpha(\downarrow) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \beta \rightarrow \begin{pmatrix} \beta(\uparrow) \\ \beta(\downarrow) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \end{cases}$$

$$\hat{S}_z \rightarrow \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \text{ と書ける}$$

3.6. 電子スピン

• 電子の波動関数の拡張(続き)

• これまでの波動関数

$$\psi(\mathbf{r}) = \phi(\mathbf{r})$$

• これから

$$\psi(\mathbf{r}, \sigma) = \phi(\mathbf{r}) \Gamma(\sigma)$$

空間部分 スピン部分

$S_z = 1/2$ or $S_z = -1/2$ の固有状態なら

$$\psi(\mathbf{r}, \sigma) = \begin{cases} \phi(\mathbf{r}) \alpha(\sigma) \\ \phi(\mathbf{r}) \beta(\sigma) \end{cases}$$

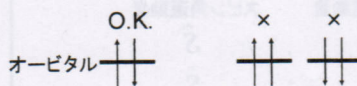
• 以降、

$$\psi(\mathbf{r}, \sigma) \equiv \psi(q) \text{ と表す (} q \text{ は一般座標)}。$$

3.7. Pauliの排他原理

• Pauli(パウリ)

• “1つのオービタル(n, l, m で規定)には α スピン及び β スピンの電子各一個ずつ収容可能であるが、同種のスピンの電子2個以上を収容することができない”



1945年
ノーベル物理学賞

3.7. Pauliの排他原理

• 波動関数の対称性*(粒子の交換)と関係する

例) 二つの粒子1,2の波動関数: $\Psi(q_1, q_2)$

粒子の入れ替えについて、

$$\Psi(q_2, q_1) = \Psi(q_1, q_2) \quad \text{: 対称}$$

$$\Psi(q_2, q_1) = -\Psi(q_1, q_2) \quad \text{: 反対称}$$

*スピン量子数 S が整数か、半整数か、による(相対論的量子力学)