

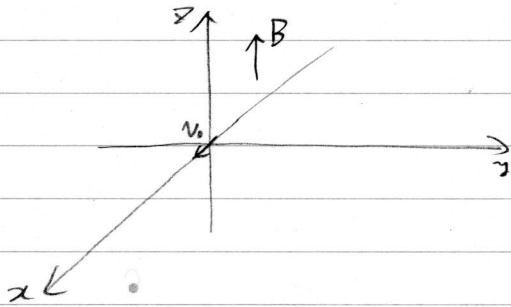
2.4 初速度に垂直な面内に一様な磁場 B をかけると

電子はどこかにとんでいってしまうだけな気がするのでは

一様な磁場 B に垂直な面内に初速度があるとして解答する。

1) $t=0$ での電子の位置を原点

B の方向を z 方向 v_0 の方向を x 方向として座標をとる



点電荷の位置 $r = (x, y, z)$, $\dot{r} = (\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}) = (v_x, v_y, v_z)$ とすると

運動方程式 $m\ddot{r} = -e\dot{r} \times B$

成分ごとに

$$\begin{cases} m\dot{v}_x = -eBv_y \sim \text{①} \\ m\dot{v}_y = eBv_x \sim \text{②} \\ m\dot{v}_z = 0 \sim \text{③} \end{cases}$$

③より電子は z 方向の初速度をとらないことと合せて $z=0$

①と②を微分して②を代入すると

$$\ddot{v}_x = -\omega^2 v_x \quad (\omega = \frac{eB}{m} \text{ とすると})$$

一般解として $v_x = A \sin \omega t + B \cos \omega t$ (A, B 定数)

同様に $v_y = C \sin \omega t + D \cos \omega t$

初期条件より $v_x(0) = B = v_0$

$$v_y(0) = D = 0$$

①②を考え $\dot{v}_x(0) = A\omega = 0$

$$\dot{v}_y(0) = C\omega = \omega v_0 \quad C = v_0$$

$$\therefore \begin{cases} v_x = v_0 \cos \omega t \\ v_y = v_0 \sin \omega t \end{cases}$$

積分して

$$\begin{cases} x = \frac{v_0}{\omega} \sin \omega t + E \\ y = -\frac{v_0}{\omega} \cos \omega t + F \end{cases}$$

初期条件より $x(0) = E = 0$ $y(0) = -\frac{v_0}{\omega} + F = 0$

$$\therefore \begin{cases} x = \frac{v_0}{\omega} \sin \omega t \\ y = -\frac{v_0}{\omega} \cos \omega t + \frac{v_0}{\omega} \end{cases}$$