第８回

・ 指数分布

λ が単位時間あたりの事象の生起回数で $\frac{1}{\lambda}$ が事象の生起間隔であるような確率分布を指数分布と言う。

定義

$$X \sim Ex(\lambda) \Leftrightarrow f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} (x \geq 0) \\ 0 (x < 0) \end{cases} (\lambda > 0)$$

成り立つ定理は以下の通り

・ $X \sim Ex(\lambda) \Rightarrow E(X) = \frac{1}{\lambda}, V(X) = \frac{1}{\lambda^2}, D(X) = \frac{1}{\lambda}$

・ $X \sim Ex(\lambda) \Leftrightarrow P(X > a + b \mid X > b) = P(X > a)$(指数分布の無記憶性)

*無記憶性については第６回講義ノート参照

独立同一分布

・同時確率分布

２つの離散型確率変数 X、Y が存在し、そのベクトル形（X、Y）（２次元確率変数と言う）について、その性質が

$P((X < Y) = (x_i, y_i))\,(i = 1,2,\cdots M; j = 1,2,\cdots N)$

となるものを同時確率分布と言う。

定義

２つの離散型確率変数(X,Y)について

$P((X,Y) = (x_i, y_i)) = P(X = x_i, Y = y_i) = f(x_i, y_i)$

$(i = 1,2,\cdots M; j = 1,2,\cdots N)$

１次元の場合と同様に

$P(X = x, Y = y)$ を (x, y) の関数と見たもの、

$P(X = x, Y = y) = f(x, y)$ を (X, Y) 同時確率関数と言う。

成り立つ定理は以下の通り

・$f(x_i, y_i) \geq 0 (i = 1,2,\cdots,M; j = 1,2,\cdots N)$

・$\sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{N} f(x_i, y_i) = 1$

・n 個の離散型確率変数 $X_1, X_2, \cdots X_n$ が同一の確率分布に従うものとし、

$$E(X_1) = E(X_2) = \cdots = E(X_n) = \mu$$
$$V(X_1) = V(X_2) = \cdots = V(X_n) = \sigma^2$$
と置くと

$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ について

$E(\overline{X}) = \mu, V(\overline{X}) = \frac{\sigma^2}{n}$ が成立する。