

理想気体の内部エネルギー U は温度だけで決まるため ($\leftarrow U = \frac{3}{2} n R T$)
 この等温変化では 内部エネルギー U に変化はなく、高温熱源からもらった熱は
 全て仕事に使われ、このとき、高温熱源から受け取った熱 Q は

$$Q_2 = W_{AB} = n R T_2 \ln \frac{V_B}{V_A} \dots (4) \quad (\text{つかえ棒を外すイメージ})$$

$B \rightarrow C$: ここ (B点) で 高温熱源 から切り離され、断熱膨張する。

ここでは熱のやりとりがないまま外に対して仕事をするので、

気体の温度が下がる。その温度は低温熱源 T_1 まで下がり、気体は膨張する。
 $\leftarrow W_{BC} = U(T_2) - U(T_1)$ (気体の総仕事)

V_B と V_C との関係は、「ポアッソンの式」から ($\leftarrow P V^\gamma = \text{const.}$)

$$V_B^{\gamma-1} T_2 = V_C^{\gamma-1} T_1 \dots (5)$$

$C \rightarrow D$: 低温熱源に触れた状態で、等温で体積を減らす。

圧縮されることで熱が出るが、その熱は低温熱源が

吸い取ってくれる。

このとき 気体が 外からされた 仕事は

(仕事としてはムダな過程だが、これがないと (A) に戻れない。元の状態)

$$W_{CD} = - \int_{V_C}^{V_D} P dV = - n R T_1 \int_{V_C}^{V_D} \frac{dV}{V} = n R T_1 \ln \frac{V_C}{V_D}$$

このとき、低温熱源に放出した熱 Q_1 は

$$Q_1 = W_{CD} = n R T_1 \ln \frac{V_C}{V_D} \dots (6)$$

$D \rightarrow A$: 低温熱源から切り離されて、気体が圧縮される過程。

このとき外部との熱のやりとりがないので、外から仕事をされる分だけ 気体が熱くなる。

このとき 気体が外からされる仕事

$$W_{DA} = U(T_2) - U(T_1)$$

このとき V_D と V_A との関係は

$$V_D^{\gamma-1} T_1 = V_A^{\gamma-1} T_2 \dots (7)$$

4 ステップでのエネルギー変化の総決算

気体が外へした仕事は

$$\begin{aligned} W &= W_{AB} + W_{BC} - W_{CD} - W_{DA} \\ &= n R T_2 \ln \frac{V_B}{V_A} - n R T_1 \ln \frac{V_C}{V_D} \end{aligned}$$