

① 次の関数が連続であるか一様連続でないことを示せ.

$$(1) f(x) = \frac{1}{1-x}, \text{ 但し } [0, 1) \text{ を定義域とする.}$$

$$(2) f(x) = \log x, \quad (0, 1]$$

$$(3) f(x) = \frac{1}{x}, \quad (0, 1]$$

② 次の関数列  $f_n(x)$  ( $n=1, 2, 3, \dots$ ) について.

$\{f_n(x)\}$  は収束するか一様収束でないことを示せ.

$$(1) f_n(x) = \begin{cases} n^2 x & (0 \leq x \leq \frac{1}{n}) \\ 2n - n^2 x & (\frac{1}{n} \leq x \leq \frac{2}{n}) \\ 0 & (\frac{2}{n} \leq x \leq 1) \end{cases}$$

$$(2) f_n(x) = x^n, \text{ 但し } (0, 1)$$

③ 次の積分値を求めよ.

(1)  $a > 0$  のとき

$$\int_0^a dy \int_y^a dx e^{-x^2}$$

(2)  $D := \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$ ,  $f(x, y) = xy$  とするとき  $\int_D f$  を求めよ.

(3)  $D := \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq a^2, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$ ,  $f(x, y, z) = x$  とするとき  $\int_D f$  を求めよ.

④ 次の積分値を求めよ.

(1)  $D := \{(x, y) \mid x \geq 0, y \geq 0\}$ ,  $f(x, y) = e^{(-px^2 - qy^2)}$  ( $p, q > 0$ ) とするとき  $\int_D f$  を求めよ.

$$(2) \int_0^1 \frac{x^a - 1}{\log x} dx \quad (a \geq 0)$$

⑤ 4つの放物線  $y = 2x^2$ ,  $y = 3x^2$ ,  $y^2 = 2x$ ,  $y^2 = 3x$  で囲まれた図形  $D$  の面積を、変数変換を利用して求めよ.