

強い電場 E'' が極板上の電荷により作られ、

全電場 $E_0 = E'' + E'$ を不変にする。

$$\begin{cases} E_0 = \frac{\sigma_0}{\epsilon_0} \\ E' = \frac{\sigma_p}{\epsilon_0} \end{cases} \quad (\text{Gauss})$$

$$\text{一方、} \frac{Q}{Q_0} = \epsilon_r$$

$$\frac{\sigma_0 + \sigma_p}{\sigma_0} = \epsilon_r$$

$$\therefore 1 + \frac{\sigma_p}{\sigma_0} = \epsilon_r$$

$$\therefore E'/E_0 = \sigma_p/\sigma_0$$

$$E'/E_0 = \epsilon_r - 1$$

$$P = \sigma_p = \epsilon_0 E' = \epsilon_0 (\epsilon_r - 1) E_0$$

もう少し一般化



閉曲面C

$$Q_1 = (\text{分極の総集Cから出てく電気量}) = \int_{C_{\pm}} P \cdot dS$$

$$Q_2 = (\text{分極の総集C内にあられる電気量}) = \int_{C_{\text{内}}} \bar{\rho} \cdot dv$$

$\bar{\rho}$: 分極電荷密度

$$Q_1 + Q_2 = 0 \quad \int_{C_{\pm}} P \cdot dS + \int_{C_{\text{内}}} \bar{\rho} \cdot dv = 0$$

$$\therefore \int_{C_{\text{内}}} \text{div} P \cdot dv + \int_{C_{\text{内}}} \bar{\rho} \cdot dv = 0$$

$$C \text{ は任意、} \quad \text{div} P + \bar{\rho} = 0$$

$$\therefore \bar{\rho} = -\text{div} P$$

$$(\text{Gaussの法則}) \quad \text{div} E = \frac{1}{\epsilon_0} (\rho + \bar{\rho})$$

ρ : 真電荷密度 } true charge density
 $\bar{\rho}$: 分極電荷密度 }
 $\rho + \bar{\rho}$: 全電荷密度 }

$$\therefore \operatorname{div} \mathbf{E} = \frac{1}{\epsilon_0} \rho - \frac{1}{\epsilon_0} \operatorname{div} \mathbf{P}$$

$$\operatorname{div} (\epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}) = \rho$$

$$\boxed{\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}} \quad \text{: 電気変位 (displacement)}$$

$$\boxed{\operatorname{div} \mathbf{D} = \rho} \quad \text{真電荷密度}$$

\mathbf{P} と \mathbf{E} は比例 (線型近似)

$$\mathbf{P} = \epsilon_0 \chi \mathbf{E}$$

$$\therefore \mathbf{D} = \epsilon_0 (1 + \chi) \mathbf{E} \equiv \epsilon \mathbf{E}$$

物質の性質により変ず。

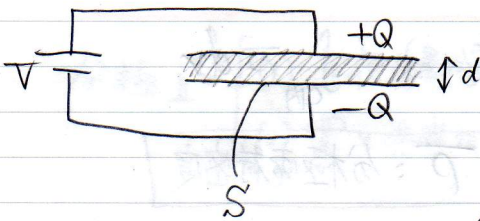
χ : 感受率 (susceptibility)
 ϵ : 誘電率

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \rho$$

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$$

$$\Leftrightarrow \int_{C^+} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = (\text{C内の全電荷})$$

問1) 平行平板コンデンサーを利用し、 $\boxed{\epsilon_r = \epsilon / \epsilon_0}$ を示せ。



(Gauss)

$$DS = Q$$

$$\therefore D = Q/S$$

$$\therefore E = \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{Q}{S} \right)$$

$$\therefore D = \epsilon E$$

また、 $V = Ed = \frac{1}{\epsilon} \cdot \frac{d}{S} Q$ より、

$$C = \frac{Q}{V} = \epsilon \frac{S}{d} = \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right) \epsilon_0 \frac{S}{d} = \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right) C_0$$

$$\therefore \boxed{\epsilon_r = \epsilon / \epsilon_0}$$

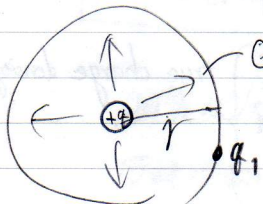
問2) 物質中のクーロン力

$$f = \frac{1}{\epsilon_r} \text{ (真空中の働く力の値)}$$

$$4\pi r^2 \cdot D = q_1$$

$$\therefore D = \frac{q_1}{4\pi r^2} = \epsilon E$$

$$\therefore E = \frac{1}{4\pi \epsilon} \cdot \frac{q_1}{r^2} = \frac{1}{\epsilon_r} \left(\frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{q_1}{r^2} \right)$$



物質中では、真空中の法則の $\epsilon_0 \rightarrow \epsilon$ でおきかえればよい。