

1. (太陽電池と第2法則)

$$\eta = \frac{W}{Q_H} = \frac{Q_H - Q_L}{Q_H} = 1 - \frac{Q_L}{Q_H} = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 1 - \frac{20 + 273}{6000 + 273} \approx 0.953$$

$$\text{集光面の面積} = \frac{1(\text{kW})}{1.0(\text{kW}/\text{m}^2) \times 0.953} \approx 1.05(\text{m}^2)$$

(コメント) 実際の太陽電池の効率は15%程度である。

3. (熱機関の例)

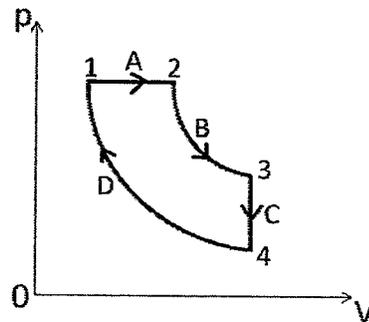


図1: ディーゼル・サイクル

A, B, C, D の過程で1モルの理想気体が外界にする仕事をそれぞれ W_A, W_B, W_C, W_D 、作業物質が吸収する熱量を Q_A, Q_B, Q_C, Q_D とする。

$$A: W_A = p\Delta V = R(T_2 - T_1) = \underline{(C_p - C_V)(T_2 - T_1)}$$

$$Q_A = U_2 - U_1 + W_A = C_V(T_2 - T_1) + (C_p - C_V)(T_2 - T_1) = \underline{C_p(T_2 - T_1)}$$

$$B: \text{断熱変化なので、} \underline{Q_B = 0}$$

$$W_B = \int_{V_2}^{V_3} p dV = \int_{V_2}^{V_3} \frac{C}{V^\gamma} dV = \frac{C(V_3^{1-\gamma} - V_2^{1-\gamma})}{1-\gamma} = \frac{p_3 V_3 - p_2 V_2}{1-\gamma} \frac{R}{1-\gamma} (T_3 - T_2) = \underline{C_V(T_2 - T_3)}$$

$$C: \text{等積変化なので、} \underline{W_C = 0}$$

$$\text{熱量の移行は内部エネルギーの変化に等しく、} \underline{Q_C = C_V(T_4 - T_3)}$$

$$D: \text{過程 B と同じように考えると、} \underline{Q_D = 0, W_D = C_V(T_4 - T_1)}$$

5. (人のエントロピー)

$$dS = \frac{dQ}{T} = \frac{2000 \times 10^3 \times 4.2}{36 + 273} \approx \underline{2.7 \times 10^4 (\text{J/K})}$$

このエントロピーを気温 15 °C で n モルの水が気化するとき吸収するエントロピーに換算すると、

$$\frac{4.4 \times 10^4 \times n}{15 + 273} = 2.7 \times 10^4 (\text{J/K})$$

より、

$$n = \frac{288 \times 2.7 \times 10^4}{4.4 \times 10^4} = 178 (\text{mol})$$

水の分子量 18 (mol/g) を用いてこれを質量に換算すると、 $178 \times 18 \simeq 3.2 \times 10^3 (\text{g})$
 (コメント) これは約 3 リットルの水の量に相当し、人が一日に摂取する水の量にほぼ等しい。

10. (潜熱とエントロピー)

氷の質量を $m(\text{g})$ とすると、

$$200 \times (20 - 15) = m \times 80 + m \times 5$$

$$m \simeq 35.3 (\text{g})$$

水のエントロピーの増加は、 $\Delta S_1 = \int \frac{dQ}{T} = \int \frac{CdT}{T} = -200 \times 4.2 \times \ln\left(\frac{293}{278}\right) \simeq -44.52 (\text{J/K})$

氷のエントロピーの増加は、 $\Delta S_2 = \frac{Q}{T} = \frac{80 \times 4.2 \times 35.3}{273} \simeq 43.45 (\text{J/K})$

$$\Delta S_3 = 35.3 \times 4.2 \times \ln\left(\frac{278}{273}\right) \simeq 2.67 (\text{J/K})$$

よって、 $\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 + \Delta S_3 = 1.6 (\text{J/K})$

11. (冷却と仕事)

物質の絶対温度が T から $T + \Delta T$ になったときに物質から奪われた熱量は、

$$\Delta Q = -C\Delta T (\Delta T < 0 \text{ なので } \Delta Q > 0)$$

このときカルノー機関が外界からされる仕事を ΔW とすると熱機関としての効率は、

$$\eta = \frac{\Delta W}{\Delta Q_2} = \frac{\Delta W}{\Delta W + \Delta Q} = 1 - \frac{T}{T_1}$$

で与えられるので、

$$\Delta W = \frac{T_1}{T} \left(1 - \frac{T}{T_1}\right) \Delta Q = -\left(\frac{T_1}{T} - 1\right) C\Delta T$$

従って温度が T_1 から T_2 に変化したときカルノー・サイクルに外界から加えられる仕事の総量は

$$W = -\int_{T_1}^{T_2} \left(\frac{T_1}{T} - 1\right) C dT = -C \left(T_1 \ln \frac{T_2}{T_1} - T_2 + T_1\right)$$

1 気圧で 1kg の 15 °C の水を 0 °C の水にするためにカルノー機関に加える仕事 W_1 は、

$C = 1000 \times 4.2 = 4200 (\text{J/K})$ 、 $T_1 = 273 + 15 = 288 (\text{K})$ 、 $T_2 = 273 (\text{K})$ を代入して

$$W_1 = -4200 \times \left[288 \times \ln\left(\frac{273}{288}\right) + 15\right] = 1.7 \times 10^3 (\text{J})$$

これを 0 °C の氷にするには、氷が $m(\text{g})(m + \Delta m)(\text{g})$ になるとき奪われる熱量を ΔQ とすると、

$$\Delta Q = L\Delta m$$

L は氷 1g 当たりの融解熱で、 $L = 80 \times 4.2 = 3.36 \times 10^2 (\text{J/g})$ である。

カルノー・サイクルの効率は $\eta = \frac{\Delta W}{\Delta W + \Delta Q} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$ なので、 $\Delta W = \left(\frac{T_1}{T_2} - 1\right) \Delta Q = \left(\frac{T_1}{T_2} - 1\right) L\Delta m$

カルノー・サイクルを使って 1kg の水を氷に変えるのに必要な仕事の総量は、 $T_1 = 288(\text{K})$ 、 $T_2 = 273(\text{K})$ を代入して、

$$W_2 = \left(\frac{T_1}{T_2} - 1\right)LM = \left(\frac{288}{273} - 1\right) \times 3.36 \times 10^2 \times 10^3 = 1.84 \times 10^4(\text{J})$$

よって、15℃の水を 0℃の氷にするのに必要な仕事の総量は、

$$W = W_1 + W_2 = 1.7 \times 10^3 + 1.84 \times 10^4 \simeq \underline{2.0 \times 10^4(\text{J})}$$

多かった間違い、コメント

3. 温度を使わないで答えている。
仕事の符号が逆。
『した仕事』なのか『された仕事』なのかを明記していない。
10. 氷が融解するときのエントロピーの変化を考慮していない。
11. ヒートポンプに外からしなければいけない仕事は多くの人ができていたが、
水を冷やして氷にするのに必要な仕事はとてもで出来が悪かった。

全体を通して、

- ・『cal』で計算しているのに単位を『J』と書いていたりその逆だったりする間違いが少なからずあった。
- ・前回よりは良くなったが、まだ単位を書いていない解答が数枚あった。