

早くさうなれ

⑥ (20点) どちらがより高位の無限小か答えよ。(高位の無限小となっていることを示すこと.)

- ①  $x^4, x - \arcsin x, (x \rightarrow 0)$
- ②  $x^3, e^{-\frac{1}{x}}, (x \rightarrow +0)$

~~3 log x~~  
~~1/2~~  
~~3x log x~~

⑦ (20点) 次の関数の  $x=0$  でのテイラー展開を求めよ。(テイラー展開が  $f(x)$  に一致することも示すこと.)

①  $f(x) = \cos\left(\frac{x}{2}\right)$   $\frac{1}{2}$   $\sin$

⑧ (10点)  $\mathbb{R}$  上の関数  $f(x)$  を次のように定める.

$$f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

このとき、 $f(x)$  は  $x=0$  で連続であることを示せ。また、 $f(x)$  は  $\mathbb{R}$  上の  $C^1$  級関数であるかどうか理由をつけて答えよ。

$\frac{1}{x}$

$$\frac{1}{x} \sin \frac{1}{x} = \frac{\sin \frac{1}{x}}{\frac{1}{x}}$$

$$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!} x + \frac{f''(0)}{2!} x^2 + \dots$$

$$R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!} x^{n+1}$$

$\rightarrow 0$   $\frac{1}{x^2}$

②

$$x^3 = \frac{3x^2}{3x} \cdot \frac{1}{6}$$

$$0 + \frac{6 \cdot 0}{1!} x + \frac{6 \cdot 0}{2!} x^2 + \frac{6}{6!} x^3$$