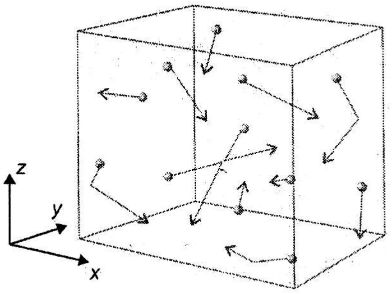
特に指定がなければ、気体は理想気体、溶液は理想溶液とせよ。

[問題 1] 理想気体分子の速度分布を考える。授業では、分子の速度の絶対値 s について考察したが、ここで、x 軸方向の速度成分 v_x の分布を考える。右図のように、速度成分 v_x は正にも負にも成り得る（右方向への運動は正で、左方向への運動は負）。



理想気体分子の x 軸方向の速度成分 v_x の分布は

$$F_x(v_x)=\sqrt{\frac{M}{2\pi RT}}\,e^{-\frac{Mv_x^2}{2RT}}$$

で与えられる。ここで M は分子の質量、R は気体定数、T は温度である。任意の v_x の関数 $g(v_x)$ の平均 $\langle g(v_x)\rangle$ は次式で与えられる（v_x は正にも負にもなり得るために、積分範囲が $-\infty$ から ∞ となることに注意せよ）。

$$\langle g(v_x)\rangle=\int_{-\infty}^{\infty}g(v_x)F_x(v_x)dv_x$$

以下の問に答えよ。必要ならば次の公式を用いよ。

$$\int_{-\infty}^{\infty}e^{-ax^2}dx=\sqrt{\frac{\pi}{a}}$$

(a) v_x の平均 $\langle v_x\rangle$ は 0 である。このことを、被積分関数のグラフの概略を図示して説明せよ。

(b) v_x の r.m.s.速さ $\sqrt{\langle v_x^2\rangle}$ を求めよ。

(c) 次の (i) 及び (ii) のときに、壁に働く圧力はどのようになるか、上問 (b) の結果に基づき理由を付して答えよ。このとき、y 及び z 軸方向の速度成分 v_y 及び v_z の分布も、系が等方的であるために、v_x の分布と等しい。また、分子の内部自由度は考慮しない。

(i) 温度 T を 2 倍にしたとき。

(ii) 分子の質量 M を 2 倍にしたとき。

[問題 2] ピストン中の 1 mol の理想気体の断熱可逆膨張を考える。気体の内部エネルギー U は $U=C_vT$ で与えられるとする。ここで、T は温度、C_v (>0) は定積熱容量である。初期状態のとき、温度 T_i で体積 V_i であった。気体を断熱可逆的に膨張し、終状態で体積が V_f $(>V_i)$ となった。

(a) 気体になされた仕事（つまり気体がした仕事の逆符号） w_{ad} と内部エネルギー変化の関係を、理由を付して答えよ。

(b) 終状態のときのピストン中の気体の温度 T_f の、T_i からの増減を、理由を付して答えよ。

(c) 気体になされた仕事 w_{ad} を C_v、T_i、V_i、V_f、及び R を用いて表せ。

(d) 温度 $T=T_i$ の下で V_i から V_f への等温可逆膨張により気体になされた仕事を w_{it} とする。$w_{it}<w_{ad}$ であることを示せ。