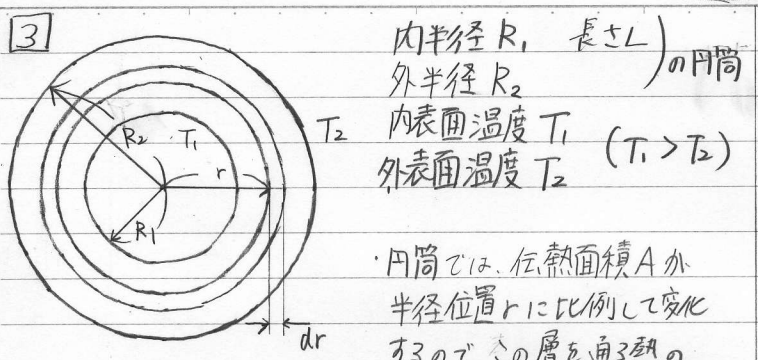


$$\int \frac{1}{x} dx = \log_e X = \ln X$$



内半径  $R_1$ 、長さ  $L$  の円筒  
 外半径  $R_2$   
 内表面温度  $T_1$  ( $T_1 > T_2$ )  
 外表面温度  $T_2$

円筒では、伝熱面積  $A$  が半径位置  $r$  に比例して変化するので、この層を通る熱の移動速度  $Q$  [J/s] は、フーリエの法則を用いて、

$$q = -k \frac{dT}{dx} \quad \left( \begin{array}{l} \text{但し } k \text{ は熱伝導率} \\ q \text{ は単位断面積を単位時間に流れる熱量} \rightarrow \text{熱流束} \end{array} \right)$$

$$Q = -k A \frac{dT}{dr} = -k (2\pi r L) \frac{dT}{dr} \quad (3-1)$$

定常状態では、 $Q$  は  $r$  によらず一定であり (3-1) 式を変数分離した上で  $r = R_1$  で  $T = T_1$  および  $r = R_2$  で  $T = T_2$  の境界条件を用いて積分すると、

$$Q = -k (2\pi r L) \frac{dT}{dr} \Leftrightarrow \frac{Q}{r} dr = -k (2\pi L) dT$$

$$\Rightarrow Q \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{r} dr = -k (2\pi L) \int_{T_1}^{T_2} dT \quad (3-2)$$

$$\Leftrightarrow Q [\ln r]_{R_1}^{R_2} = -k (2\pi L) [T]_{T_1}^{T_2}$$

$$\Leftrightarrow Q (\ln R_2 - \ln R_1) = -k (2\pi L) (T_2 - T_1)$$

$$\Leftrightarrow Q \left[ \ln \frac{R_2}{R_1} \right] = 2k\pi L (T_2 - T_1) \quad (3-3)$$

を得られるこの式を  $Q$  について解き、分母分子に  $R_2 - R_1$  をかけ、 $2\pi R_1 L = A_1$ 、 $2\pi R_2 L = A_2$  (それぞれ円筒の内、外表面積) とおいて整理すると

$$Q = \frac{2k\pi L (T_1 - T_2)}{\ln(R_2/R_1)} = \frac{k(R_2 - R_1) 2\pi L (T_1 - T_2)}{(R_2 - R_1) \ln(2\pi L R_2 / 2\pi L R_1)}$$

↳ (1)  $\ln(2\pi L R_2 / 2\pi L R_1)$  とおくと

$$= \frac{k(A_2 - A_1)(T_1 - T_2)}{(R_2 - R_1) \ln(A_2/A_1)} \quad (3-4)$$

$A_1$  と  $A_2$  の対数平均  $A_{1m}$  は、← 定義

$$A_{1m} = \frac{A_2 - A_1}{\ln(A_2/A_1)} \quad (3-5)$$

であり、これを用いて (3-4) 式を書き換えると

$$Q = \frac{k(T_1 - T_2)}{(R_2 - R_1)} \cdot A_{1m} = \frac{\Delta T}{\alpha / (k \cdot A_{1m})} \quad (3-6)$$

但し、 $\Delta T = T_1 - T_2$  (温度差)、 $x = R_2 - R_1$  (円筒の肉厚)

① の答え (乃)  $\ln \frac{R_2}{R_1}$  (1)  $\ln \frac{R_2}{R_1}$  ( $\ln \frac{2\pi L R_2}{2\pi L R_1}$  と可)

② 外径 30mm かつ  $3.0 \times 10^{-2} m$  → 内半径  $R_1$   $3.0 \times 10^{-2} m$   
 保温材 40mm かつ  $4.0 \times 10^{-2} m$  → 外半径  $R_2$   $7.0 \times 10^{-2} m$   
 管外面温度 120°C かつ 393 K =  $T_1 = 393$  (K)  
 保温剤表面温度 35°C かつ 308 K =  $T_2 = 308$  (K)  
 管の長さ 10 m  $L = 10$  (m)  
 熱伝導度 0.048 J/m·s·K  $k = 0.048$  (J/m·s·K)

内表面積  $A_1 = 2\pi R_1 L = 2\pi \cdot 3.0 \times 10^{-2} \cdot 10$   
 $= 0.6\pi = 1.884 \approx 1.88$  (m<sup>2</sup>)  
 外表面積  $A_2 = 2\pi R_2 L = 2\pi \cdot 7.0 \times 10^{-2} \cdot 10$   
 $= 1.4\pi = 4.398 \approx 4.40$  (m<sup>2</sup>)

③ 対数平均値

$$A_{1m} = \frac{A_2 - A_1}{\ln(A_2/A_1)} = \frac{2.96354}{\ln(2.96622)} \approx \frac{2.96}{2.97} m^2$$

(2.96 は  $A_1 = 1.88$ ,  $A_2 = 4.40$  で計算、2.97 は  $A_1 = 0.6\pi$ ,  $A_2 = 1.4\pi$  で計算)

④ 管長 10m あたりの熱損失 (単位 J/m·s)

$Q/A_{1m}$  で OK? さ、ぱり分らない...