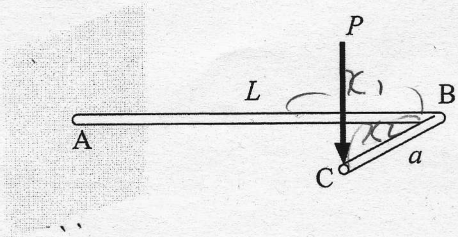
材料力学【2011年度】　期末試験問題　　Feb 1, 2012

問題I

図1のように，A点で壁に固定された直径dの一様丸棒からなる片持はりACがある．なおAB間は長さL，BC間は長さaとする．はりの先端C点に集中荷重Pが作用する時，C点のたわみを求めなさい．なお，はりの縦弾性係数をE，横弾性係数をGとする．【20点】



[AB]
$= P x_1$
$= P a$

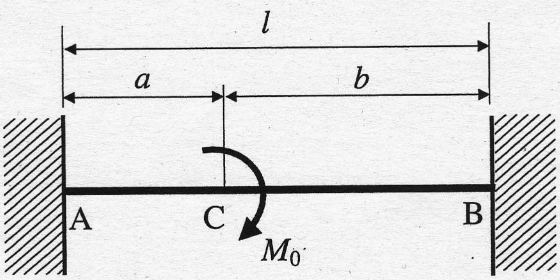
$= P x_2$

図 1: 問題I

$P\left(\frac{L^3+a^3}{3EI} + \frac{16aL^2}{\pi d^4 G}\right)$

問題II

図2のように，両端固定の長さlの不静定はりに支点Aから距離aのC点に外力モーメントM_0が図の向きに作用するとき，支点A, Bに発生するモーメントM_A, M_Bを重複積分法により求めなさい．なお，はりの曲げ剛性をEIとする．【30点】



$0 = \frac{1}{3}R_A l^3 + \frac{1}{2}M_0 l^2 - \frac{1}{2}M_0 a^2$

$R_A l^3 = \frac{3}{2l^3}M_0(a^2 - l^2)$

$$\boxed{\begin{aligned} R_A &= \frac{3}{2l^3}M_0(a^2-l^2) \\ R_B &= -\frac{3}{2l^3}M_0(a^2-l^2) \end{aligned}}$$

$\frac{\partial U}{\partial P}$

図 2: 問題II

$R_B = \frac{P}{2}$

$\left(\frac{1}{3}R_A l^3 + \frac{1}{2}M_0 l^2\right)$ $- \frac{1}{2}M_0 a^2$

$U = \frac{1}{2EI}\left\{\int_0^a M_x^2\,dx + \int_a^l M_x^2\,dx\right\}.$

$\frac{1}{6}(P - R_B) - \frac{1}{48}P$

$\lambda_A = \frac{\partial U}{\partial R_A} = \frac{1}{EI}\left\{\int_0^a M_x \frac{\partial M_x}{\partial R_A}dx + \int_a^l M_x \frac{\partial M_x}{\partial R_A}dx\right\}$　$\frac{7}{48}P - \frac{1}{6}R_B$　$\frac{1}{EI}\left(\frac{1}{6}R_A\right.$

$= \frac{1}{EI}\left\{\int_0^a (R_A x^2 - M_A x)\,dx + \int_a^l R_A x^2 + (M_0 - M_A)x\,dx\right.$　$\frac{7}{48}P - \frac{4}{48}$

$= \frac{1}{EI}\left[\frac{1}{3}R_A x^3\right]_0^a + \left[\frac{1}{3}R_A x^3 + \frac{1}{2}(M_0 x^2\right]_a^l$　$\frac{3}{48}$

$\frac{14}{48} - \frac{9}{4}$

8.3