

物理学基礎論 B 平成 23 年度 後期試験 (木 2 担当 早田)

(1) ベクトル場  $\mathbf{A} = (-x, yz, -y)$  の回転と発散を計算せよ。

$\nabla \cdot \mathbf{A} = -1 + z - 1 = z - 2$   
 $\nabla \times \mathbf{A} = (yz, -1-x, y)$

(2) ベクトル場  $\mathbf{A} = (xy + z, y, z^8)$  の曲線  $C: \mathbf{x}(t) = (t, t^2, 0), 0 \leq t \leq 1$  上の線積分を求めよ。

$\int_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{x} = \int_0^1 (t^2 + 1 + 0) \cdot 2t dt = \int_0^1 (2t^3 + 2t) dt = \frac{1}{2} t^4 + t^2 \Big|_0^1 = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$

(3) マックスウェル方程式

電荷  $\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}, \epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ F/m}$   
 電場  $\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$  (磁場)  
 磁荷  $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$  (電流)  
 磁場  $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t})$  (電場)  
 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$

のそれぞれの物理的意味を表すものとして適当なものを以下から選び、記号で答えよ。ただし、複数の記号が答えとなる場合がある。

- a 電荷が存在しない
- b 磁場の時間変化が電場を生み出す
- c 電流が電場を生み出す
- d 電流が磁場を生み出す
- e 電荷が保存する
- f 電荷の時間変化が電流を生み出す
- g 磁荷が存在しない
- h 電場の時間変化が磁場を生み出す

$\left(\frac{A}{m}\right) \cdot \frac{Vs^2}{C^2}$   

$$\mathbf{D} = \nabla(\nabla \times \mathbf{B}) = \nabla \left\{ \mu_0 \left( \mathbf{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right) \right\}$$

$$= \mu_0 \left( \mathbf{J} \cdot \nabla + \epsilon_0 \frac{\partial \rho}{\partial t} \right)$$

$$= \mu_0 \left( \mathbf{J} \cdot \nabla + \frac{\partial \rho}{\partial t} \right)$$

(m) 電荷が電場を生み出す

なぜ m?

$\nabla \times \mathbf{E}$   
 $\int \mathbf{A} = 96500 \text{ A} \cdot 6 \times 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2}$   
 $(\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}})$

(4) 上のマックスウェル方程式の物理的意味を考え、電磁波が存在する理由を、電磁誘導の法則、アンペールの法則、変位電流という言葉を使い簡潔に説明せよ。ただし、図は使っても良いが、式を使ってはならない。

$\mu_0 \left( \mathbf{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right)$

(5) マックスウェル方程式から光速を導け。

$\frac{1}{(8.854 \times 10^{-12})^2} \cdot 4\pi \times 10^{-7}$

$300,000 \text{ km/s}$