H.21 物理学基礎理論B

(1) $A = (-y, x, -z)$ の回転と発散

(i) 発散について。

$$\mathrm{div}\, A = \nabla \cdot A$$
$$= \frac{\partial}{\partial x^1} A_1(x^1, x^2, x^3) + \frac{\partial}{\partial x^2} A_2(x^1, x^2, x^3) + \frac{\partial}{\partial x^3} A_3(x^1, x^2, x^3)$$

したがって、
$$\nabla \cdot A = 0 + 0 + (-1)$$
$$= -1 \quad //$$

(ii) 回転について。

$$\mathrm{curl}\, A = \nabla \times A$$
$$= \left(\left(\frac{\partial A_3}{\partial x^2} - \frac{\partial A_2}{\partial x^3}\right) e_1, \left(\frac{\partial A_1}{\partial x^3} - \frac{\partial A_3}{\partial x^1}\right) e_2, \left(\frac{\partial A_2}{\partial x^1} - \frac{\partial A_1}{\partial x^2}\right) e_3 \right)$$

である。

$(-y, x, -z)$ の場合、

e_1 e_2 e_3 e_1

$\frac{\partial}{\partial x}$ $\frac{\partial}{\partial y}$ $\frac{\partial}{\partial z}$ $\frac{\partial}{\partial x}$

$-y$ x $-z$ $-y$

$$\nabla \times A = \left((0-0), (0-0), (1-(-1)) \right)$$

$$= (0, 0, 2) \quad //$$