

確率論基礎 試験問題 (前期/2010, 担当 西和田)

2010.7.23

注意 解答用紙の裏面を使うときは必ず矢印の場所から書き始めること。問題は任意の順序で解答してよい。

1 ある工場には3台の機械A, B, Cがあり、同じ製品を作っている。過去のデータによれば機械Aは全体の50%を生産するのであるが、その中の2%が不良品である。同様に機械BとCはそれぞれ全体の30%と20%の生産で、その中にはそれぞれ4%と5%の不良品が含まれている。いま不良品が1つ見つかったとき、それが機械Cで生産された確率を求めよ。

2 X は2項分布 $B(3, \frac{1}{2})$ に、 Y は平均1のポアソン分布に従う確率変数で、互いに独立である。このとき確率 $P(XY \leq 1)$ を求めよ。(eを含む式で解答してもよい。)

3 2つの確率変数 X, Y は互いに独立で、それぞれ区間 $[0, 1]$ 上の連続一様分布に従う。

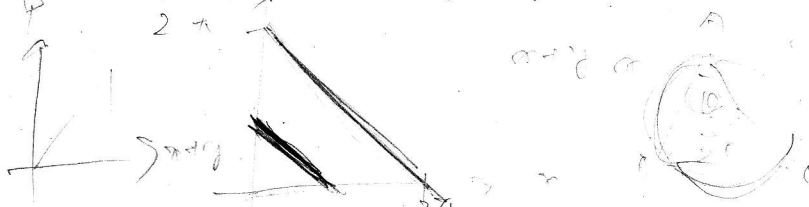
(a) 確率変数 $S = X + Y$ が従う分布の確率密度関数 $f(s)$ を求めよ。

(b) 確率変数 $T = \min(X, Y^2)$ の平均 $E[T]$ を求めよ。

4 円周上に定点Aがある。同じ円周上に無作為に2点B, Cをとり $\theta = \angle BAC$ (radian) とおくと、

(a) $\theta > \frac{2}{3}\pi$ となる確率を求めよ。

(b) 期待値 $E[\theta]$ を求めよ。



5 ある地域で産出される岩石1キロあたりに含まれる主成分AとBの量(キロ)をそれぞれ確率変数 X, Y で表す。 X, Y は次の密度関数で定義される同時分布に従う。

$$f(x, y) = \begin{cases} 2(2x + y) & (0 \leq x, 0 \leq y, x + y \leq 1) \\ 0 & (\text{その他の } x, y) \end{cases}$$

(a) この岩石1キロあたりの、成分AとBそれぞれの平均含有量を求めよ。

(c) 共分散 $\text{Cov}[X, Y]$ を計算せよ。

