線形代数学B 試験問題　　2012/1/27

1. 次の行列について以下の問に答えよ.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & 1 \\ -1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

(a) A の固有値とその重複度を求め，対角化せよ（対角化不能のときはその理由を述べよ）.

(b) A^k（k は自然数）を求めよ.

2. 次のベクトルの中から1次独立な最大個数のベクトルを一組選び，残りのベクトルをそれらの1次結合として表せ.

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

3. $\mathbf{R}^3$ の部分空間 W を次のように定める.

$$W = \{\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbf{R}^3 \mid x_1 - x_2 + x_3 = 0\}$$

(a) $\mathbf{R}^3$ の正規直交基底 $\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3\}$ で $\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2\}$ が W の基底となるものを求めよ.

(b) 3次正方行列 A で次の条件をみたすものを求めよ.

$\mathbf{x} \in W$ ならば $A\mathbf{x} = \mathbf{x}$, かつ
$\mathbf{y} \in \mathbf{R}^3$ が W のすべてのベクトルと直交するならば $A\mathbf{y} = -\mathbf{y}$.

固有ベクトル？　$Ax = x$?

$$\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$