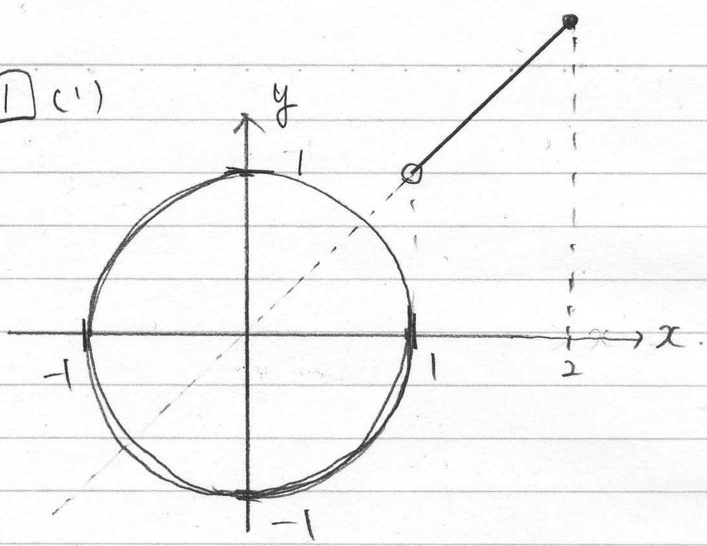
$\boxed{1}$ (1)



Q. $\mathbb{R}^2$の部分集合$M\{(x,y)\mid(x,y)\in\mathbb{R}^2$, 「$0<x^2+y^2<1$」または「$y=x,\ 1<x\leqq 2$」$\}$についてMの境界を図示せよ.

(2) $\mathbb{R}^3$の部分集合 $M=\{(x,y,z)\mid(x,y,z)\in\mathbb{R}^3, z=0\}$に内点はあるか.

内点Pが存在するとすると. Pのε-近傍の領域は必ず球形になる. Mは$z=0$よりx,y平面上の集合よりε-近傍はMに含まれない領域を必ず含む。これはPが内点であることに矛盾しているので内点は存在しない。

$\boxed{2}$ $D=\{(x,y)\mid(x,y)\in\mathbb{R}^2, 0<x, 0<y\}$とし.

$$f(x,y)=\frac{x^3-y}{x^3+y}\quad((x,y)\in D)$$ とおく.

半直線L: $x=\alpha t,\ y=\beta t\ (t>0)$ (ただし$\alpha>0,\ \beta>0$)に沿ってのfの極限値 $\lim_{t\to+0} f(\alpha t,\beta t)$ を求めよ.

$$\lim_{t\to+0} f(\alpha t,\beta t)=\lim_{t\to+0}\frac{\alpha^3t^2-\beta}{\alpha^3t^2+\beta}=-\frac{\beta}{\beta}=-1.$$

fは$(x,y)\in D$, $(x,y)\to(0,0)$のとき収束するか.

$$\lim_{x\to+0} f(x,0)=\lim_{x\to+0}\frac{x^3}{x^3}=1.$$

$$\lim_{y\to+0} f(0,y)=\lim_{y\to+0}\frac{-y}{y}=-1.$$ より収束しない.