

$$12. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & -2 & 0 \\ 2 & 1 & 4 & -1 & 1 \\ a & a & 1 & 1 & 2-b \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & a & 1-3a & 1+2a & 2-b \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1-a & 1-a & 2-b-a \end{pmatrix}$$

$$x_1 + 3x_3 - 2x_4 = 0$$

$$x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 1$$

$$(1-a)(x_3 + x_4) = 2-b-a$$

$$a=1 \text{ のとき, } 2-b-1=0 \quad \therefore b=1$$

$a \neq 1$  のとき,  $b$  は任意。

以上より,  $(a, b) = (1, 1)$  又は  $a \neq 1$

(2)  $\text{rank} A = 2$  となる必要があるので,

$$1-a=0$$

$$2-b-a=0$$

$$\therefore (a, b) = (1, 1)$$

このとき,

$$x_3 = t, \quad x_4 = s \text{ とおくと,}$$

$$x_2 = 1 + 2t - 3s$$

$$x_1 = -3t + 2s$$

$$\therefore \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

1

$$S \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$