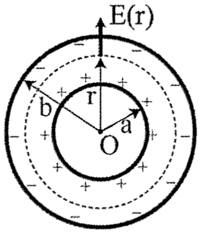
「物理学基礎論 B」 木 2: 共北 28　担当: 川畑

第 7 回 (11/20)　小テスト

学生番号【 ひみつ 】　氏名【 ぱぱ あやきち 】

1. 内径 a,　外径 b で中心を共有している 2 つの球形の導体がある。二つの導体間の静電容量を求めよ。



$a<r<b$ における電場は
内側の導体球が Q に
帯電したとして、
ガウスの法則より

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}$$

a と b の電位差は

$$\phi = -\int_a^b E\cdot dr = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\int_a^b \frac{1}{r^2}dr$$

$$\phi = \frac{-Q}{4\pi\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{r}\right]_a^b = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{b-a}{ab}$$

$Q = CV$ より

$$C = \frac{Q}{V} = Q\times\frac{4\pi\varepsilon_0}{Q}\frac{ab}{b-a}$$

$$\therefore C = 4\pi\varepsilon_0\frac{ab}{b-a}$$

2. 一様に帯電した半径 a の球がある。球が持つ電荷の和は Q とする。

(1) 球の中心から半径 r の地点の電場を、$0 < r \leqq a$ の場合と、$r > a$ の場合に分けて、それぞれ求めよ。

$0<r\leqq a$ の場合.
半径 r の球内の電荷 q は

$$q = \frac{r^3}{a^3}Q$$

ガウスの法則から（電場は半径方向だけなので）

$$4\pi r^2 E = \frac{r^3}{a^3}Q\frac{1}{\varepsilon_0}$$

$$\therefore E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 a^3}r$$

$r>a$ の場合
原点に Q の点電荷が
あるのと同じことなので..
（ガウスの法則で考えてみよう）

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}$$

(2) (1)で求めた電場をもとに、球が作る静電場のエネルギーを求めよ。

$$U = \frac{\varepsilon_0}{2}\int E^2\, dV$$

$$= \frac{\varepsilon_0}{2}\int_0^a\left(\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 a^3}\right)^2 r^2\, 4\pi r^2 dr + \frac{\varepsilon_0}{2}\int_a^\infty\left(\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2\frac{1}{r^4}\, 4\pi r^2 dr$$

$$= \frac{\varepsilon_0}{2}\left(\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2\left\{\left[\frac{1}{a^6}\frac{4}{5}\pi r^5\right]_0^a + \left[-\frac{4\pi}{r}\right]_a^\infty\right\}$$

$$= \frac{4\pi\varepsilon_0}{2}\left(\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2\left(\frac{1}{5a}+\frac{1}{a}\right)$$

$$\therefore U = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0}\frac{6}{5a}$$

3. 以下、一瞬で出来てしまった人、手も足も出ない人のための空白。