第4章 質点の運動

§4.3 粘性抵抗

1次元運動の粘性抵抗の方程式は、定数bを用いて

$F=-bv$ と表せる。また、この場合も基本の運動方程式 $ma=F$ は

成り立つので、$-bv=ma=m\frac{dv}{dt}$ と表せる。これを変形して

$-bv=m\frac{dv}{dt} \iff m\frac{dv}{dt}=-bv \iff \frac{1}{v}\frac{dv}{dt}=-\frac{b}{m}$

$\iff \int\frac{dv}{v}=\int-\frac{b}{m}dt \iff \log|v|=-\frac{bt}{m}+\log|v_0|$ (v_0:初速度)

$\iff v=v_0e^{-\frac{bt}{m}}$ よって、物質は緩和時間 $\frac{m}{b}$ で 0 へと漸近

していく。

※緩和時間…物体が外力を受けたときに、急激に条件が変わったために物体がその変化に対応するために必要とするタイムラグのこと。

自然対数eの累乗部分のtの次数が緩和時間に対応するのが基本。

◦雨滴のような小さな物体が空気の粘性や重力を受ける場合

運動方程式は $F=m\underbrace{a}_{\frac{dv}{dt}}=mg-bv \iff \frac{dv}{dt}=-\frac{b}{m}(v-\frac{mg}{b})$

$\frac{mg}{b}=\beta$ とおき、両辺をtについて積分すると $\int\frac{1}{v-\beta}dv=\int-\frac{b}{m}dt$

$\iff \log|v-\beta|=-\frac{b}{m}t+\log|v_0-\beta| \iff v-\beta=(v_0-\beta)e^{-\frac{b}{m}t}$

両辺について $t\to\infty$ とすると、右辺は 0 に近づくので、$v-\beta$ も 0 に近づく。

つまり v は β に近づいていく。つまり β はこの雨滴の終端速度である。