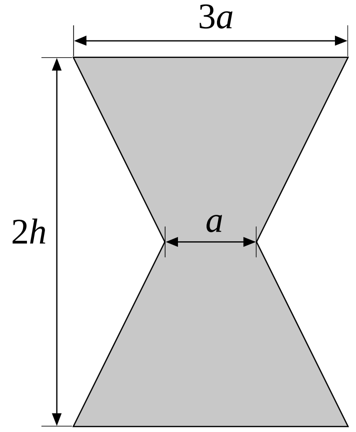
応用力学

期末試験　解答

問 1

正解は　$\dfrac{5}{3}ah^3$

解説にあたり，出題した断面（以下では出題断面と呼ぶ）を以下に掲載.



出題断面は上下対称であることから，その図心の位置は下端（もしくは上端）から h だけ上った位置（もしくは下がった位置）にある．この断面の断面二次モーメントの計算方法は様々なアプローチが考えられる．例えば，出題断面の領域を，Ω_1 の長方形領域（図 1 参照）からΩ_2，Ω_3，Ω_4，Ω_5 の三角形領域（図 2 参照）を差し引いたものと考える．図 1 と図 2 において，出題断面の図心を通る横軸を点線で示した.

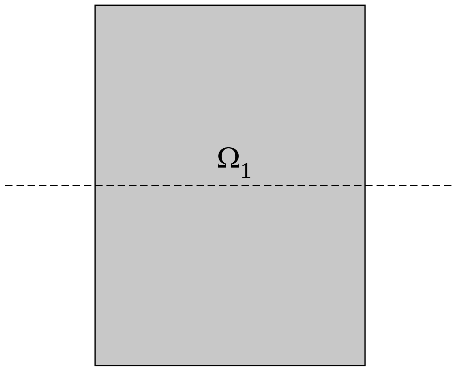


図 1　長方形領域

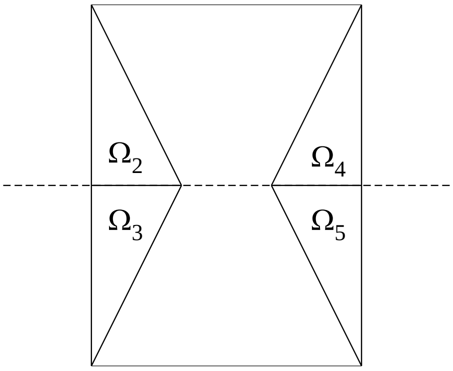


図 2　4 つの三角形領域

Ω_1 領域において図心を通る横軸まわり断面二次モーメント I_1 は

$$I_1 = \frac{3a \cdot (2h)^3}{12} = 2ah^3 \tag{1}$$

となる．Ω_2 領域において図心を通る横軸まわり断面二次モーメント I_2 は，Ω_2 領域の図心と出題断面の図心の位置が異なることに注意して

$$I_2 = \frac{ah^3}{36} + \frac{ah}{2} \cdot \left(\frac{h}{3}\right)^2 = \frac{ah^3}{12} \tag{2}$$

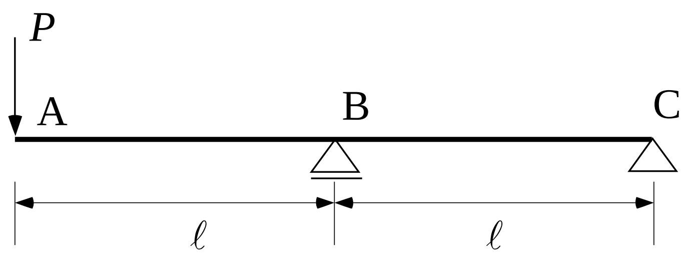
と計算できる．領域Ω_2，Ω_3，Ω_4，Ω_5 は全て同じ断面二次モーメントの値を持つことから，出題断面の断面二次モーメント I は

$$I = I_1 - 4I_2 = \frac{5}{3}ah^3 \tag{3}$$

を得る．

問 2

解説にあたり，出題のはりを以下に掲載.



はり全体の力とモーメントのつりあいから，B 点と C 点における支点反力 R_B と R_C は

$$R_B = 2P \quad , \quad R_C = -P \tag{4}$$

と求まる．後は，AB 区間と BC 区間ではりを切断し，断面に作用するせん断力とモーメントを計算する．せん断力 Q とモーメント M は x の式で次のように与えられる．

$$Q = \begin{cases} -P & (-l < x < 0) \\ P & (0 < x < l) \end{cases} \tag{5}$$

$$M = \begin{cases} -P(x+l) & (-l < x < 0) \\ P(x-l) & (0 < x < l) \end{cases} \tag{6}$$

これらを図示すれば，せん断力図（図 3）とモーメント図（図 4）となる．

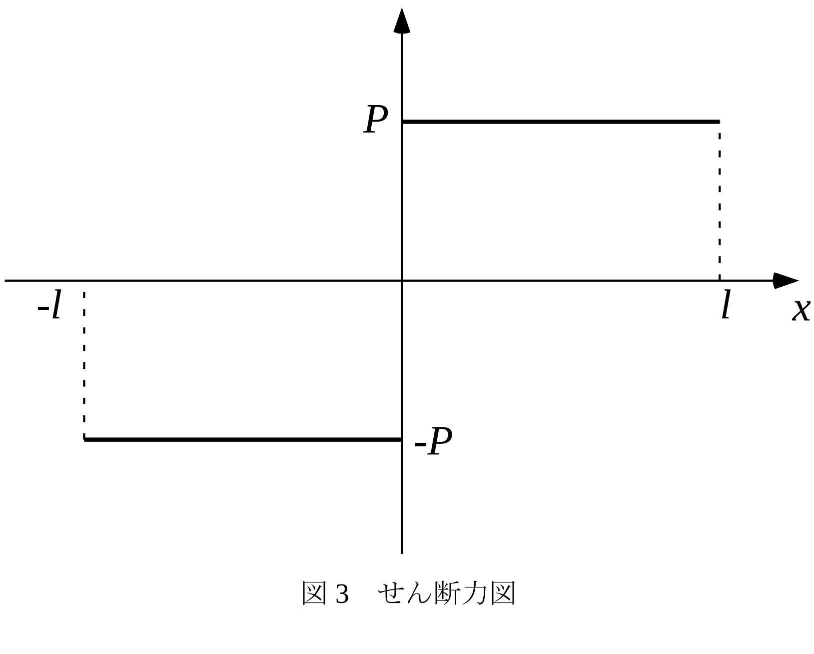


図 3　せん断力図

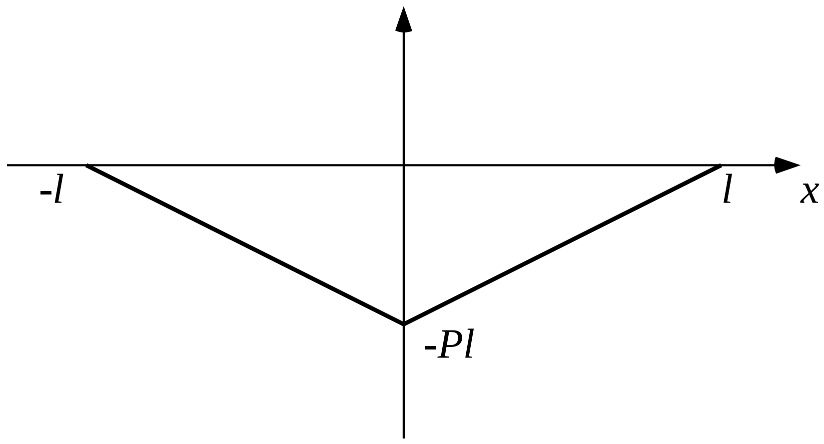


図 4　モーメント図

式(6)のように，モーメントが x の式で与えられると，たわみ v の計算が可能となる．基本的には，たわみの方程式

$$\frac{d^2v}{dx^2} = -\frac{M}{EI} \tag{7}$$

を解けばよい．AB 区間と BC 区間では，式(7)は形が異なるため，それぞれの区間で分けて計算を行う．これらの区間で考慮すべき条件は次である．

AB 区間：「B 点において，たわみ v がゼロ（v=0）」と「B 点においてたわみ角 θ（dv/dx）が連続」

BC 区間：「B 点において，たわみ v がゼロ（v=0）」と「A 点において，たわみ v がゼロ（v=0）」

具体的には上記の条件を課して，式(7)を AB 区間と BC 区間で積分して出現する 4 つの積分定数を決定する．（計算の流れとしては，まず BC 区間において上記の 2 つの条件からたわみ曲線を決定し，その後，AB 区間のたわみ計算において「B 点においてたわみ角 θ（dv/dx）が連続」の条件を「B 点のたわみ角 θ（dv/dx）は BC 区間の計算から得られたものを与える」という作業となる．得られるたわみ曲線は

$$v = \begin{cases} \dfrac{P}{EI}\left(\dfrac{1}{6}x^3 + \dfrac{l}{2}x^2 - \dfrac{l^2}{3}x\right) & (-l < x < 0) \\ \dfrac{P}{EI}\left(-\dfrac{1}{6}x^3 + \dfrac{l}{2}x^2 - \dfrac{l^2}{3}x\right) & (0 < x < l) \end{cases} \tag{8}$$

である．

BC 区間でのたわみの最大・最小値を求めるため，$0<x<l$ において式(8)を微分したものをゼロとすると

$$3x^2 - 6lx + 2l^2 = 0 \tag{9}$$

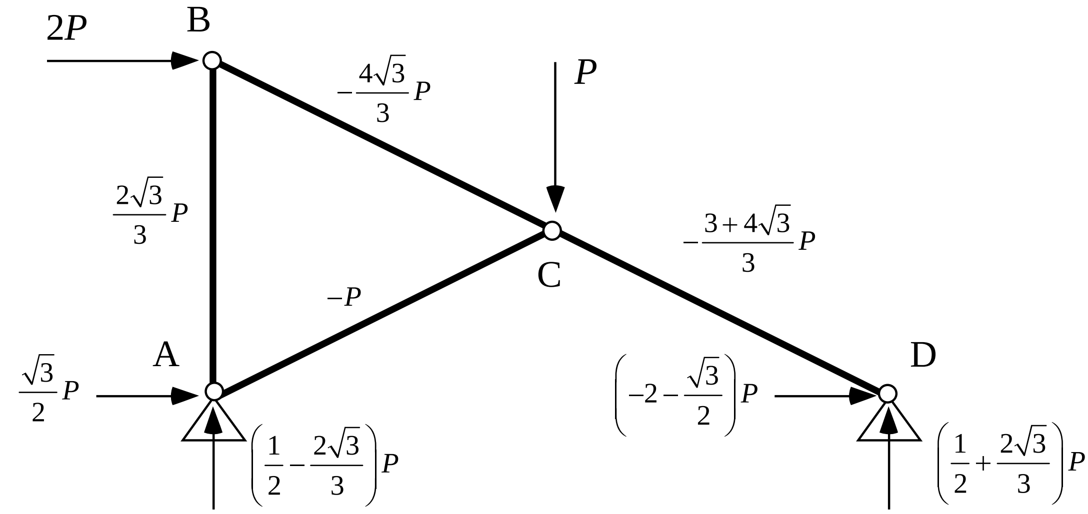
に帰着する．式(9)を解けば $0<x<l$ の範囲に

$$x=\frac{3-\sqrt{3}}{3}l \tag{10}$$

の解を得る．

問 3

正解は次の通り（引張力を正として示す）.



節点法により，各節点において力のつりあいから部材力（必要であれば支点反力）を求めればよい（節点法そのものついては，基本事項として解説を省略）．部材力のみを求めるという観点に立てば，節点 B と C において力のつりあいを立てるのが良い．まず節点 B において，つりあい式を立てると部材 AB と BC の軸力が求まる．その後，節点 C において力のつりあいを立てれば，部材 AC と CD の軸力が求まる．