NO. 2

DATE . .

第3章 保存則

§3.1. エネルギー保存則について

$$\mathbb{F} = ma \xLeftrightarrow{\times v} \mathbb{F}v = mav \xLeftrightarrow{tで積分} \int \mathbb{F}\cdot v\,dt = \int mav\,dt$$

ここに $v = \frac{dr}{dt}$, $a = \frac{dv}{dt}$ を代入して

$$\int \mathbb{F}\cdot dr = \int mv\cdot dv \quad \cdots ①$$

ここで、vはx, y, zの3方向についての運動を1つにまとめたものなので、

3方向に分解すると①式の右辺は $\int m(v_x dv_x + v_y dv_y + v_z dv_z)$

となるので、① $\Longleftrightarrow \int \mathbb{F}\cdot dr = m\int(v_x dv_x + v_y dv_y + v_z dv_z)$

$$= \frac{1}{2}m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) = \frac{1}{2}mv^2$$

$(\because v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2})$

ここで、位置エネルギーあるいはポテンシャルエネルギーを

$U(r) = -\int \mathbb{F}\cdot dr$ と定義すると、①式は $-U(r) = \frac{1}{2}mv^2$ とかける。$\cdots ②$

②式に区間を加えると

$$[-U(r)]_{r_0}^{r} = \left[\frac{1}{2}mv^2\right]_{v_0}^{v} \Longleftrightarrow -U + U_0 = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$\Longleftrightarrow U + \frac{1}{2}mv^2 = U_0 + \frac{1}{2}mv_0^2$$

U_0とv_0^2は一定値なので、これは、$U + \frac{1}{2}mv^2$が一定であることを表す。

これがエネルギー保存則である。