ここで変数変換 $x=a\cos\theta$, $dx=-a\sin\theta\, d\theta$ を用いて

$$-\int_{\theta(0)}^{\theta(t)}\frac{a\sin\theta\, d\theta}{\sqrt{a^2-a^2\cos^2\theta}} = -\int_{\theta(0)}^{\theta(t)}\frac{\sin\theta}{|\sin\theta|}d\theta \cdots$$

ここで $t=0$ のとき $x=a$ なので

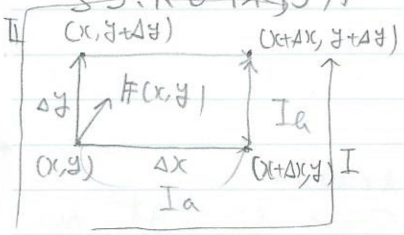
$\theta(0)=0$ なので、上式は $-\int_{\theta(0)}^{\theta(t)}\frac{\sin\theta}{|\sin\theta|}d\theta = -[\theta(t)-0] = -\theta(t)$

これが(3.26)の左辺に対応しているので、$-\theta(t)=\pm\omega t \Longleftrightarrow \theta(t)=\mp\omega t$

よって $x=a\cos(\mp\omega t)=a\cos\omega t$　これは振動数 $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$ の

単振動を表している。

§3.1.6 保存力



経路Iの仕事を $W(\mathrm{I})$、経路IIの仕事を $W(\mathrm{II})$

とすると、$W(\mathrm{I}) = \underbrace{F_x(x,y)}_{\text{点}(x,y)\text{での}x\text{方向の力}}\Delta x + F_y(x+\Delta x, y)\Delta y$

$W(\mathrm{II}) = F_y(x,y)\Delta y + F_x(x, y+\Delta y)\Delta x$

ここで $F_y(x+\Delta x, y) = F_y(x,y) + \frac{\partial F_y(x,y)}{\partial x}\Delta x$

$F_x(x, y+\Delta y) = F_x(x,y) + \frac{\partial F_x(x,y)}{\partial y}\Delta y$ で表せるので

$$W(\mathrm{I}) = F_x(x,y)\Delta x + F_y(x,y)\Delta y + \frac{\partial F_y(x,y)}{\partial x}\Delta y\Delta x$$

$$W(\mathrm{II}) = F_y(x,y)\Delta y + F_x(x,y)\Delta x + \frac{\partial F_x(x,y)}{\partial y}\Delta x\Delta y$$

よって、始点と終点が同じであれば経路が異なっていてもした仕事は

同じである。つまり保存力である条件は

$W(\mathrm{I}) = W(\mathrm{II}) \Longleftrightarrow \frac{\partial F_y(x,y)}{\partial y}\Delta y = \frac{\partial F_y(x,y)}{\partial x}\Delta y\Delta x$ だが、

Δx、Δy は微小量より、近似的に $\frac{\partial F_y(x,y)}{\partial x} = \frac{\partial F_x(x,y)}{\partial y}$ となる。