一般解はすべてのモードの重ね合せだから

$$x_n(t) = \sum_{m=1}^{N} a_m \sin p_m n \cos(\omega_m t + \phi_m)$$ 未定定数は各モードの係数 a_m と ϕ_m

ここで p を波数および固有振動数 ω は波数 p と

$\omega = 2\sqrt{\frac{k}{m}}\sin\frac{p}{2}$ という関数で結ばれ分散関係とよぶ。

・多自由度系の強制振動

$N=2$ のとき

$$m\frac{d^2x_1(t)}{dt^2} = -(k+k')x_1 + k'x_2 - \Gamma\frac{dx_1}{dt}$$

$$m\frac{d^2x_2(t)}{dt^2} = k'x_1 - (k+k')x_2 - \Gamma\frac{dx_2}{dt} + F_0\cos\omega t$$

外力や抵抗がないとき $x_1 = A\cos(\omega t+\phi)$ $x_2 = B\cos(\omega t+\phi)$ とおくと

$\omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ $\frac{B_1}{A_1} = 1$ $\omega_2\sqrt{\frac{k+2k'}{m}}$ $\frac{B_2}{A_2} = -1$

$X = \frac{x_1+x_2}{2}$ $Y = \frac{x_1-x_2}{2}$

$$m\frac{d^2X}{dt^2} = -kX - \Gamma\frac{dX}{dt} + \frac{1}{2}F_0\cos\omega t$$

$$m\frac{d^2Y}{dt^2} = -(k+2k')Y - \Gamma\frac{dY}{dt} - \frac{1}{2}F_0\cos\omega t$$

このとき抵抗や外力がないときの振動数が $X(t)$ が ω_1 $Y(t)$ が ω_2 となる