第一問(確率)

AB と C の並列について、電気が流れない確率は

$$\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\times\frac{1}{6}\right)\times\frac{1}{5}=\frac{4}{45}$$

D と E の並列について、電気が流れない確率は

$$\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{8}$$

よって全体に電気が流れる確率は

$$\left(1-\frac{4}{45}\right)\times\left(1-\frac{1}{8}\right)=\frac{281}{360}$$

第二問(確率)

一人目が当たりを引く確率は

$$\frac{k}{n}$$

二人目が当たりを引く確率は

$$\frac{k}{n}\times\frac{k-1}{n-1}+\frac{n-k}{n}\times\frac{k}{n-1}=\frac{k(k-1+n-k)}{n(n-1)}=\frac{k}{n}$$

よって、有利不利はない。

第三問(ベイズの定理)(P111~)

機械 A が製品を作り、かつそれが不良品である確率は

$$15\times1\div10000=1.5\times10^{-3}\rightarrow$$

機械 B が製品を作り、かつそれが不良品である確率は

$$25\times0.75\div10000=1.875\times10^{-3}\rightarrow$$

機械 C が製品を作り、かつそれが不良品である確率は

$$60\times0.5\div10000=3.0\times10^{-3}\rightarrow$$

よって工場が不良品を作る確率は①～③を合計して6.375×10^{-3}→④

以上より、不良品が機械 A から作られた確率は

$$=0.2352\ldots=0.235$$

不良品が機械 B から作られた確率は

$$=0.2941\ldots=0.294$$

不良品が機械 C から作られた確率は

$$= 0.4705\ldots = 0.471$$

$\boxed{\text{第四問}}$(正規分布の確率計算)(P150~155)

4-1

生徒の身長を確率変数 X とし、$X \sim N(160.0, (\sqrt{6.0})^2)$とすると

$$Z = \frac{(X-160.0)}{\sqrt{6.0}} \sim N(0,1)$$

が成り立つ。

$$P(X \geq 161.5) = P(Z \geq \frac{1.5}{\sqrt{6.0}} = 0.612\ldots = 0.61)$$

であり、密度関数から$P(Z \leq 0.61) = 0.7291$

よって$P(X \geq 161.5) = 1 - 0.7291 = 0.2709 = 0.271$

4-2

$$P(X \leq 161.0) = P(Z \leq 0.408\ldots = 0.41) = 0.6591$$

よって$P(Z \geq 0.41) = P(Z \leq -0.41) = 1 - 0.6591 = 0.3409$

以上より、$P(-0.41 \leq Z \leq 0.41) = 1 - 0.3409 \times 2 = 0.3182 = 0.318$

$\boxed{\text{第五問}}$(正規母集団の平均・分散推定)(P204~213)

標本数 n=40

不遍標本分散$s^2 = \frac{40}{40-1} \times 146.4 = 150.15\ldots = 150.2$

5-1

$$\frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{s^2/40}} = \frac{\sqrt{40}(\bar{X} - \mu)}{s} \sim t(39)$$

ここで Excel により、自由度 39 の t 分布では$P(t > 2.0227) = 0.025$

すなわち$P(-2.02 \leq t \leq 2.02) = 0.95$

これより、区間

$$[\bar{X} - 2.02\sqrt{\frac{s^2}{40}}, \bar{X} + 2.02\sqrt{\frac{s^2}{40}}]$$

は 95%の確率で平均μを含む。

つまり、求める区間は[51.086,58.914]

5-2

$$\mathrm{Y} \equiv \frac{(40-1)s^2}{\delta^2} \sim \chi^2(39)$$

ここで Excel により、自由度 39 のカイ 2 乗分布の 95%区間を調べて

$$\mathrm{P}\left(23.6543 \le \frac{39s^2}{\delta^2} \le 68.38308\right) = 0.95$$

これを変形して

$$\mathrm{P}\left(\frac{39s^2}{68.38} \le \sigma^2 \le \frac{39s^2}{23.65}\right) = 0.95$$

よって、求める区間は[85.665,247.687]

$\boxed{\text{第六問}}$(母平均の検定、分散既知)(P247~255)

帰無仮説の棄却域は

$$\left|\frac{\bar{\mathrm{X}}-\mu}{\sqrt{\sigma^2/n}}\right| > 1.96$$

変形して、

$$1.96\sqrt{\sigma^2/n} < |\bar{X}-\mu|$$

これに$\sigma^2 = 9.0, \mathrm{n} = 10, \bar{X} = 2.8$を代入して、棄却域は$\mu < 0.941, 4.659 < \mu$

よって帰無仮説$\mathrm{H}_0: \mu = 0$を棄却し、対立仮説を採択する。

$\boxed{\text{第七問}}$(母平均の検定、分散未知)(P256~258)

帰無仮説$H_0: \mu = 92$と対立仮説$H_1: \mu \neq 92$を考える。

サンプルは正規母集団$\mathrm{N}(\mu, \sigma^2)$からの無作為標本とみなせるとすると、帰無仮説の棄却域は

$$\left|\frac{\bar{X}-\mu}{\sqrt{s^2/n}}\right| > \mathrm{t}_{0.025}(14)$$

$\bar{X} = 88.267, \mu_0 = 92, s^2 = 6.638, n = 15, \mathrm{t}_{0.025}(14) = 2.1314$より、

$$\left|\frac{\bar{X}-\mu_0}{\sqrt{s^2/n}}\right| = |-5.6115\ldots| = 5.612 > \mathrm{t}_{0.025}(14)$$

よって帰無仮説H_0を棄却する。すなわち、この製品の表示は誤りである。