2010 年度過去問解答

　これはシケ対衣笠が自分で解いて出た結果を書いているだけなので答えがあっている確証は一切ありません。この解答を信じた結果生じた不利益に対して責任は負いかねますので参考程度にしてください。
　シケプリ作成の労力を鑑みた結果、答えに至る手順まで書こうとすると私個人の生活に著しい害が生じると判断したので、誠に勝手ながら解答は答えのみ、証明問題は省略という形にさせていただきました。

［１］

（１）$m\dfrac{d^2x}{dt^2} = -m\omega_0{}^2 x - 2m\gamma\dfrac{dx}{dt} + mf\cos\omega t$

ｍはなくてもいいとおもいますが「運動方程式を書け」という問題なので一応付けておきました。

（２）〈ｉ〉 $\gamma > \omega_0$ のとき

$$x = C_1 e^{\left(-\gamma+\sqrt{\gamma^2-\omega_0{}^2}\right)t} + C_2 e^{\left(-\gamma-\sqrt{\gamma^2-\omega_0{}^2}\right)t}$$

C_1, C_2 は積分定数

〈ii〉 $\gamma < \omega_0$ のとき

$$x = Ce^{-t\gamma}\sin\left(\sqrt{\omega_0{}^2-\gamma^2}\,t+\alpha\right)$$

C, α は積分定数

〈iii〉 $\gamma = \omega$ のとき

$$x = \left(C_1 + C_2 t\right)e^{-t\gamma}$$

C_1, C_2 は積分定数

（３）

$$x = Ce^{-t\gamma} \sin\left(\sqrt{\omega_0{}^2 - \gamma^2}\, t + \alpha \right) + \frac{f}{\sqrt{\left(\omega_0{}^2 - \omega^2\right)^2 + 4\gamma^2\omega^2}} \cos(\omega t + \beta)$$

C_1, C_2は積分定数

$$\cos\beta = \frac{\omega_0{}^2 - \omega^2}{\sqrt{\left(\omega_0{}^2 - \omega^2\right)^2 + 4\gamma^2\omega^2}}$$

また、 $$\sin\beta = \frac{-2\gamma\omega}{\sqrt{\left(\omega_0{}^2 - \omega^2\right)^2 + 4\gamma^2\omega^2}}$$

［２］

（１）$v = \sqrt{\dfrac{GM}{R+h}}$

（２）周期$\left(\dfrac{R+8h}{R+h}\right)^{\frac{3}{2}}$倍

面積速度$\sqrt{\dfrac{R+15h}{R+8h}}$倍

［３］

（１）省略

（２）角速度$\omega \sin\theta$

［４］

（１）

$$m_1 \frac{d^2x_1}{dt^2} = -\frac{k}{(x_2 - x_1)^2}$$

$$m_2 \frac{d^2x_2}{dt^2} = \frac{k}{(x_2 - x_1)^2}$$

（２）

$$\frac{m_1 v_0}{m_1 + m_2}$$

（3）

$$\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{k}{r^2}$$

（4）

$$r_{\min} = \frac{(m_1 + m_2) k}{m_1 m_2 v_0{}^2}$$

（5）

$$v_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_0$$

$$v_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_0$$