

力学シケタイの荒井です。

衣笠のシケプリを見て俺もワードで作ってやると決意して作り出しましたが、数式で完全に心を折られました。

何とか入力して満足していた数式も見直してみればかえってわかりずらいですね。

数式だけ手書きをスキャンしてアップします。【 】がそれに当たります。分かりずらいですがこれで許してください。

第2章 仕事とエネルギー

2. 1 仕事

質点が力 F を受けてベクトル $dr=(dx,dy,dz)$ だけ変位したとき、内積 $dw=F \cdot dr$ を力 F のした仕事と定義する。

質点がある軌跡 c に沿って A から B まで移動する間に力のなす仕事 W は

$$W = \int_c F \cdot dr = \lim_{\Delta r_i \rightarrow 0} \sum_i F_i \cdot \Delta r_i$$

単位時間あたりにすると仕事率になる。

2. 2 仕事と運動エネルギー

運動方程式の両辺と v の内積をとって変形すると、

$$\left(\frac{d}{dt}\right)\left(\frac{1}{2}\right)(mv^2) = F \cdot v$$

となり、 t_A から t_B で積分すると

$$\left(\frac{1}{2}\right)mv_b^2 - \left(\frac{1}{2}\right)mv_a^2 = \int_{t_A \sim t_B} F \cdot dr$$

となる。

$\left(\frac{1}{2}\right)mv^2$ を運動エネルギーと呼ぶ。

運動エネルギーの変化は質点に働く力のした仕事に等しい。

2. 3 保存力

空間のある点に位置する質点に作用する力 \mathbf{F} が位置 \mathbf{r} の関数として一意に定まるとする。

このような空間を「力の場」という。

一般に仕事は $A \sim B$ の経路 C によって異なる。

一様な重力の場

【1】

⇒途中経路によらない

中心力：質点に作用する力が定点と質点を結ぶ直線状にあつて力の大きさが定点と質点との間の距離のみで定まる力。

【2】

⇒途中経過によらない

力のする仕事が途中の経路によらず始点と終点のみで定まる場合この力の場を保存力場といい力を保存力という。

2. 4 位置エネルギー

保存力場を考える。 $P \sim Q$ まで質点が移動するとき位置エネルギー（ポテンシャルエネルギー）は

【3】

と表す。

基準点 $Q \sim P$ までゆっくりと質点を移動させるには保存力とは反対の釣り合う力を加える必要がある。すなわち位置エネルギーは質点を $Q \sim P$ まで運ぶのに保存力に逆らつて外から加えた力がなす仕事。

【4】

保存力をポテンシャルで表現

【5】

一般に多変数関数に対してひとつの変数のみ変化させ、それ以外の変数を動かさずに行う微分を偏微分という。

これらをまとめて

$$\mathbf{F} = -\text{grad}U = -\nabla U$$

とあらわす。

2. 5 力学的エネルギー保存則

【6】

運動エネルギーと位置エネルギーを足したものを力学的エネルギーという。

非保存力がないと力学的エネルギーは一定。

2. 6 非保存力の例：摩擦力

さすがに大学受験の知識で大丈夫だと思う・・・よ