

平成24年度卒業論文
日本音楽十二律の推定の再検討

所属ゼミ 村澤ゼミ
学籍番号 1090401093
氏名 中喜重

大阪府立大学経済学部

要約

12 個の音を決定するのにまず調律具などから取る最初の音を標準音という。現在は標準音を周波数で取っている。しかし周波数という概念ができたのは近代であり、それ以前の標準音は周波数が不明である。エリス(1951)は日本音楽十二律を表す音叉列の周波数を測定している。それをもとに明土(2011)では日本のかつての標準音の周波数は 291.333Hz であり、さらに日本音楽十二律の音律は標準音をもとに周波数を $3/2$ 倍または $3/4$ ずつ 5 つ、周波数比 $2/3$ 倍または $4/3$ 倍ずつ 6 つ音を取ったものであると主張した。しかしそれらは明土(2011)の表題と異なり推定されたものではない。本稿では明土(2011)の結果を再検討し、日本のかつての標準音の周波数と日本音楽十二律の音律の推定を行った。その結果、標準音の周波数は 291.663Hz、また日本音楽十二律の音律は標準音をもとに周波数を $3/2$ 倍または $3/4$ ずつ 3 つ、周波数比 $2/3$ 倍または $4/3$ 倍ずつ 8 つ音を取ったものに近いことが判明した。

目次

要約.....	2
第1章 はじめに	4
第2章 十二律の基礎知識	5
1. 周波数とセント値	5
2. 音律と十二律	5
3. 十二律のでき方	7
(1) 三分損益法.....	7
(2) 順八逆六法・順六逆八法	7
4. 日本音楽十二律	8
(1) 日本音楽十二律	8
(2) 日本音楽十二律の音律のパターン	9
第3章 先行研究	10
第4章 データ	12
第5章 分析手法	13
1. 各音律間のセント値	13
2. 日本音楽十二律の推定	13
第6章 分析結果	16
1. 分析結果	16
2. 明土(2011)との比較	16
(1) 標準音.....	16
(2) 音律.....	17
第7章 終わりに	19
参考文献.....	20

第1章はじめに

標準音とは 12 個の音を決定するのにまず調律具などから取る最初の音である。現在は標準音を周波数で取っていくが周波数という概念ができたのは近代であり、それ以前の標準音は周波数が不明である。一方でエリス(1951)では日本音楽十二律を表す音叉列の周波数を測定している。明土(2011)ではそれをもとに日本のかつての標準音の周波数は 291.333Hz であると主張した。さらに日本音楽十二律の音律は標準音をもとに周波数を $3/2$ 倍または $3/4$ ずつ 5 つ、周波数比 $2/3$ 倍または $4/3$ 倍ずつ 6 つ音を取ったものであると主張した。しかしそれらは推定されていない。本稿では明土(2011)の結果を再検討し、日本のかつての標準音の周波数と日本音楽十二律の音律の推定を行った。結果標準音の周波数は 291.663Hz、また日本音楽十二律の音律は標準音をもとに周波数を $3/2$ 倍または $3/4$ ずつ 3 つ、周波数比 $2/3$ 倍または $4/3$ 倍ずつ 8 つ音を取ったものに近いことが判明した。

本稿の構成は以下のとおりである。まず第 2 章で日本音楽十二律についての簡単な説明をする。次に第 3 章で先行研究を紹介する。第 4 章でデータ、第 5 章で分析手法、第 6 章で分析結果を説明する。最後に第 7 章で今後の課題を述べる。

第2章 十二律の基礎知識

1. 周波数とセント値

音高(音の高さ)は周波数で表され、単位は Hz(ヘルツ)を用いる。1Hz は 1 秒間に 1 回振動するという意味である。Hz の値が高くなるほど音も高くなっていく。ある音とその 1 オクターブ上の音の周波数の比は 1:2 であり、2 オクターブ、3 オクターブになると 1:4、1:8 と等比数列をなしていく。人間の耳は二つの音の周波数比が 1:2、2:3、3:4 のときにとってもきれいに聞こえるようになっており、音律を作成するのにこれらの比が使われている。

2 音間の音程はセント(cent)という単位で表される。1 オクターブ間を 1200 セントと定義されている。2 オクターブ間は 2400 セント、3 オクターブ間は 3600 セントと等差数列をなしていく。特別に訓練された人でも人間の耳で判別可能な差は 2 音間が 4 セント以上のときであり、それ未満の差のとき 2 音は同じ音に聞こえる。

周波数とセントの関係であるが、仮に周波数が f_0 と f_1 の 2 つの音があるとすると、 f_0 に対する f_1 のセント値は $1200 \log_2(f_1 / f_0)$ で求められる。この式は後の分析手法で用いる。

2. 音律と十二律

音律とは 1 オクターブを構成する各音高(音の高さ)を周波数で規定したものである。私たちがよく聞く長音階ドレミファソラシドも音律の一つである。音律は音楽のジャンルによって変わってくる。1 オクターブ間の音が必ずしも 12 個というわけではなく、標準音を何の音にするかも決まっていない。

十二律とは中国や日本で用いられる音高のことである。1 オクターブ間の音は 12 個、標準音は壱越(洋楽の D)の音と決められている。またそれぞれの音高に中国と日本で異なる名前がつけられている。十二律が作成された当時は周波数の概念が存在しないため、音楽のジャンルによって周波数が異なってくる。本稿で再検討するのは「エリス(1951)で測定された日本音楽十二律」であり、他の十二律は異なる音律になる。ただし標準音が壱越であるのは変わらない。

十二律は前節で述べたきれいに聞こえる 3 つの周波数比を利用して音をすべて求められる。表 2-1 は十二律における音名の一覧である。日本音名の黄鐘(おうしき)と古代中国律名の黄鐘(こうしょう)は別の音である。

表2-1 音名の一覧

洋楽名	日本音名		古代中国律名	
	音名	よみがな	音名	よみがな
C#,D♭	上無	かみむ	応鐘	おうしょう
C	神仙	しんせん	無射	ふえき
B	盤渉	ばんしき	南呂	なんりょ
A#,B♭	鸞鏡	らんけい	夷則	いそく
A	黄鐘	おうしき	林鐘	りんしょう
G#,A♭	鳧鐘	ふしょう	蕤賓	すいひん
G	双調	そうじょう	仲呂	ちゅうろ
F#,G♭	下無	しもむ	姑洗	こせん
F	勝絶	しょうぜつ	夾鐘	きょうしょう
E	平調	ひょうじょう	太簇	たいそう
D#,E♭	断金	たんぎん	太呂	たいりょ
D	壺越	いちこつ	黄鐘	こうしょう

3. 十二律のでき方

(1) 三分損益法

十二律は三分損益法と呼ばれる方法で初めて作成された。古代中国の周(紀元前 1027～紀元前 249)の時代に、長さ約 27.7cm、直径約 1.5cm の葦(あし)と呼ばれる植物を吹いて出る音を「黄鐘(こうしょう)」と名付けた。そしてその葦を $1/3$ 短くしたり $1/3$ 長くしたりして 12 個の音を決定した。この三分損益法によって、 $1/3$ 短くすると周波数比が $3/2$ (完全 5 度上)、 $1/3$ 長くすると周波数比が $3/4$ (完全 4 度下)の音が取れるので、これを繰り返していく。13 回目には最初の音の 1 オクターブ上、すなわち周波数は 2 倍の音になるはずであるが、実際は 2.027 倍となり元の音と合わない。これを修正するため 1 オクターブ高い音はきれいに聞こえる元の音の 2 倍の周波数として求めた。

(2) 順八逆六法・順六逆八法

日本独自の十二律に順八逆六法・順六逆八法というものがある。しかしこの名前は古文書にはなく、近代の研究者が名付けた。順八逆六法は標準音を調律具などから取り、その音から数えて 8 つ上(半音含む)の音を取り、さらにそこから 6 つ下の音を取るのを繰り返していく方法である。8 つ上は周波数比が $3/2$ 、6 つ下は周波数比が $3/4$ の音が取れる。この方法は三分損益法と全く同じである。反対に順六逆八法は 6 つ上、8 つ下を繰り返して取っていく方法である。6 つ上は周波数比が $4/3$ 、8 つ下は周波数比が $2/3$ の音が取れる。しかし、これらの方法も三分損益法と同様 13 回目のオクターブ上の周波数はきれいな 2 倍の数値にならない。

4. 日本音楽十二律

(1) 日本音楽十二律

ここではエリス(1951)で測定された日本音楽十二律について述べる。1885年ロンドン発明品博覧会が開催された。東京芸術大学百年史(1987)によると日本からは「雅楽琵琶の平調を示す音叉列」、「俗箏の平調子を示す音叉列」、「日本音楽十二律を示す音叉列」の3種類の音叉列が出品された。当時の雅楽以外の音楽を俗楽と呼んでいるが、俗箏とはそのときに使う箏の呼称である。また先ほどの3種類の音叉列と全く同じ音叉列がエリス個人にも送られた。エリス(1951)ではそれらの周波数を測定している。

俗楽の定義から当時の日本の音楽は雅楽と俗楽のみである。すると日本音楽十二律とは何の音楽を指すのか不明である。明土(2011)では日本音楽十二律とは博覧会の出品のみを目的として日本の音楽をわかりやすく海外へアピールするために製作され、雅楽と俗楽を統合した十二律とみなしている。

また「日本音楽十二律を表す音叉列」であるが、出品された音叉は13個ある。明土(2011)によると音叉を製作する元となったのは「宮内庁楽部で用いられた十二律管」と呼ばれる調律器具であるので、13個目の高い壱越の音は十二律管には無い。すると13個目の音叉は別に新しく製作されたものであると考えられる。この理由は西洋の文化に合わせるため、西洋音階のドレミファソラシドという最後にもう一度1オクターブ高い「ド」をとるような形に合わせるためであると考えられる。

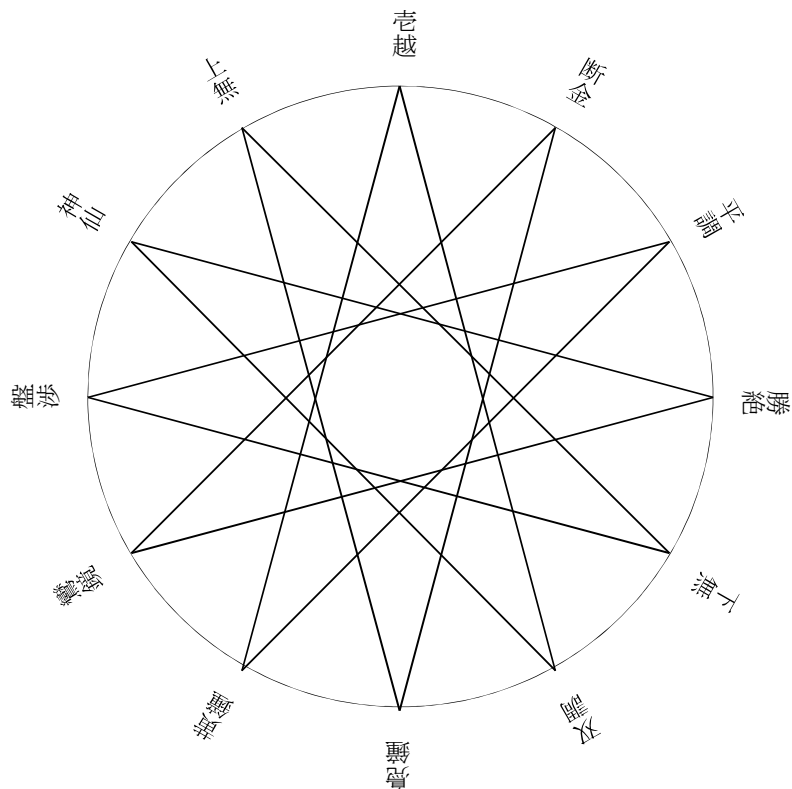
最後に日本音楽十二律も「十二律」と書かれている以上、標準音は壱越である。

(2) 日本音楽十二律の音律のパターン

日本音楽十二律の音律は順八逆六法、順六逆八法を使って求める。まず標準音を調律具などから取る。次にその音から順八逆六法または順六逆八法で次の音を取る。さらにその音からまた同じように音を取っていく。取り方は全部で12通りである。

ここで順八逆六法によって取った音の数を m 、順六逆八法によって取った音の数を n とする。そしてその音律を (m,n) と表す。 m と n の和は必ず 11 になる。例えば音律 $(6,5)$ の場合、音の取り方は順八逆六法で壱越→黄鐘(おうしき)→平調→盤渉→下無→上無→鳧鐘の 6 つ、順六逆八法で壱越→双調→神仙→勝絶→鸞鏡→断金の 5 つである。参考までに三分損益法は壱越→黄鐘(おうしき)→平調→盤渉→下無→上無→鳧鐘→断金→鸞鏡→勝絶→神仙→双調の $(11,0)$ である。エリス(1951)で測定された日本音楽十二律は 12 通りの音律のどれに最も近いかを、本稿では再検討する。図 2-1 は各音の関係を表している。線で結ばれた音が順八逆六法、または順六逆八法でとれる音である。

図 2-1 各音の関係



明土(2011)より

第3章 先行研究

今回の再検討の元となる論文は明土(2011)である。そこでは日本のかつての標準音である壺越の周波数が 291.333Hz であったと主張した。また第2章で述べた(0,11)から(11,0)までの 12 通りの音律のセント値とエリス(1951)で測定された値のセント値との残差の平均と平方和を調べ、音律(3,8)が最も平方和の値が小さいという結果を出した。つまり日本音楽十二律は音律(3,8)に最も近いということである。さらに平方和は続いて(5,6)と(4,7)が小さい。またこれらの3つの音律については、壺越から上無までのすべての音の周波数がエリス(1951)で測定された周波数と大きく外れていない。よってこの3パターンを候補にあげた。そこから日本音楽十二律の音律を(5,6)に絞り込んでいる。

出口・白井(2001)によると音律(3,8)は俗楽十二律の音律であるので日本音楽十二律とは一致しない。また音律(4,7)は田辺(1956)で主張された音律であるが、田辺(1956)は順八逆六法と順六逆八法の組み合わせで求めておらず、残差もセント値ではなく周波数で行っている。これでは正確な数値が出ない。さらに明土(2011)は田辺(1956)の音律(4,7)についてこうも述べている。

「音律 4-7、即ち、田辺の音律は、下無を俗楽十二律に準じ、上無を雅楽十二律に準じた音律であるため、雅楽と俗楽を統合した音律であると捉えるべきである。ところが、本項で前述のとおり、下無は、雅楽六調子のうち5調子の構成音であるに対し、俗楽における伝統的な18調子では使われていない音であるため、雅楽と俗楽を統合した音律であるはずの田辺の音律において、下無の音高を俗楽十二律の音高とすることは合理的でない。よって、田辺の音律は、日本音楽十二律の音律としても相応しくないと判断できる。」(明土(2011),p.46)

明土(2011)によると雅楽十二律の音律は(6,5)である。上記の「下無を俗楽十二律に準じ」というのは下無の音を俗楽十二律の音律(3,8)から取ってくるという意味である。つまり盤渉→下無ではなく上無→下無で取る。これが明土(2011)は合理的でないとして主張した。以上から明土(2011)では日本音楽十二律は(5,6)であると結論づけた。

ここで再検討をする要因となったのは、明土(2011)が求めた 291.333Hz という

う数字は推定されたものではないというところである。エリス(1951)の測定結果では黄鐘の音は 437.0Hz である。また押田(1981)によると平安時代に吉備真備が唐から持ち帰った銅律管の黄鐘の音は 437Hz であり、両者の周波数は一致する。そこで明土(2011)はこの 437.0Hz を元に完全 5 度下の壱越の周波数 291.333Hz を標準音とした。エリス(1951)が測定した 3 種類の音叉列それぞれにおいて測定値の残差の平均と 95%信頼区間から 291.333Hz が標準音であると結論付けている。しかし正確なチューニング機器が存在しない当時は現在ほど確実な周波数を求められない。そのためエリスの黄鐘の測定結果や銅律管の周波数が本当に 437.0Hz だったのかどうか定かではないのである。そこで本稿では標準音の周波数は未知数としてその値を推定する。

第4章 データ

本稿で分析に用いるデータはエリス(1951)で測定された日本音楽十二律を表す音又列の周波数である。表 4-1 はエリス(1951)に記載されている表の一部である。表 4-1 の音程の欄の一律間とは一つ下の音とのセント値である。壹越からは下の壹越とその音とのセント値である。またエリス(1951)の表では一律間の音程と壹越からの音程は整数部分までしか書かれていなかったため、もう一度第 2 章の周波数とセント値の公式を用いて小数第 1 位まで求めた。セント値の求め方であるが断金から上の壹越までの周波数を f_1 から f_{12} とする。するとある音 i とひとつ下の音 ($i-1$) のセント値は $1200\log_2(f_i/f_{i-1})$ 、ある音 i と壹越からのセント値は $1200\log_2(f_i/292.7)$ で表せられる。

また、第 2 章で述べたとおり高い壹越は低い壹越の周波数を 2 倍した値で音又を別に製作しているため、測定値も 2 倍になっている。

表4-1 エリスの測定値

日本音名	周波数 (Hz)	音程(セント)	
		一律間	壹越から
壹越	585.4	109.6	1200.0
上無	549.5	104.5	1090.4
神仙	517.3	88.6	985.9
盤渉	491.5	113.5	897.3
鸞鏡	460.3	89.9	783.8
黄鐘	437.0	110.0	693.9
鳧鐘	410.1	80.4	583.9
双調	391.5	118.0	503.5
下無	365.7	110.4	385.5
勝絶	343.1	87.4	275.0
平調	326.2	112.9	187.6
断金	305.6	74.7	74.7
壹越	292.7	—	0.0

第5章 分析手法

1. 各音律間のセント値

分析にはエリス(1951)の測定値のデータ以外に(0,11)から(11,0)までの各音律のセント値の理論値を必要とする。セント値はどの音名、周波数の音でも同じ音律で取っていたら理論上は同じになる。表 5-1 は各音律の一律間の音程の理論値である。セント値は第 2 章の公式を用いて求めた。音律によってどの音が違うかがわかりやすい。

表5-1 各音律の一律間のセント値

音名	0,11	1,10	2,9	3,8	4,7	5,6	6,5	7,4	8,3	9,2	10,1	11,0
𪛗越	113.7	113.7	113.7	113.7	113.7	90.2	90.2	90.2	90.2	90.2	90.2	90.2
上無	90.2	90.2	90.2	90.2	90.2	113.7	113.7	113.7	113.7	113.7	90.2	90.2
神仙	113.7	113.7	113.7	90.2	90.2	90.2	90.2	90.2	90.2	90.2	113.7	113.7
盤渉	90.2	90.2	90.2	113.7	113.7	113.7	113.7	113.7	90.2	90.2	90.2	90.2
鸞鏡	113.7	90.2	90.2	90.2	90.2	90.2	90.2	90.2	113.7	113.7	113.7	113.7
黄鐘	90.2	113.7	113.7	113.7	113.7	113.7	90.2	90.2	90.2	90.2	90.2	90.2
鳧鐘	90.2	90.2	90.2	90.2	90.2	90.2	113.7	113.7	113.7	113.7	113.7	90.2
双調	113.7	113.7	113.7	113.7	90.2	90.2	90.2	90.2	90.2	90.2	90.2	113.7
下無	90.2	90.2	90.2	90.2	113.7	113.7	113.7	113.7	113.7	90.2	90.2	90.2
勝絶	113.7	113.7	90.2	90.2	90.2	90.2	90.2	90.2	90.2	113.7	113.7	113.7
平調	90.2	90.2	113.7	113.7	113.7	113.7	113.7	90.2	90.2	90.2	90.2	90.2
断金	90.2	90.2	90.2	90.2	90.2	90.2	90.2	113.7	113.7	113.7	113.7	113.7
𪛗越	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

2. 日本音楽十二律の推定

本稿で実際に行う分析を説明する。まず標準音の周波数を θ とおく。次に、ある音名 i と下の𪛗越とのセント値を d_i 、そしてエリス(1951)での測定されたある音名 i の周波数を X_i とする。エリス(1951)の測定値は正確な周波数ではないため誤差が発生する。その誤差を U_i とする。 i は下の𪛗越からオクターブ上の𪛗越までの 13 通りある。 d_i は表 5-2 の値であり、音律によって値が異なる。 X_i は表 4-1 のエリスの測定値の値である。第 2 章での周波数とセント値の関係式を用いると、

$$d_i = 1200 \log_2 \left(\frac{X_i U_i}{\theta} \right)$$

となる。これを移項して $\log_2 \theta$ の値について解くと、

$$\log_2 \theta = \log_2 X_i - \frac{d_i}{1200} + \log_2 U_i \cdot \dots \cdot \textcircled{1}$$

となる。①式にある音律の d_i をすべて代入し、誤差 U_i を含むそれぞれの音名での $\log_2 \theta$ の値を求める。これを繰り返しすべての音律について $\log_2 \theta$ の値を求める。例えば音律(0,11)の場合①式は下のようになる。一番下の式から壱越、断金、平調ときて、オクターブ上の壱越が一番上の式にあたる。これをすべての音律で行う。

$$\log_2 \theta = \log_2 585.4 - \frac{1200.0}{1200} + \log_2 U_{13}$$

$$\log_2 \theta = \log_2 549.5 - \frac{1086.3}{1200} + \log_2 U_{12}$$

$$\log_2 \theta = \log_2 517.3 - \frac{996.1}{1200} + \log_2 U_{11}$$

$$\log_2 \theta = \log_2 491.5 - \frac{882.4}{1200} + \log_2 U_{10}$$

$$\log_2 \theta = \log_2 460.3 - \frac{792.2}{1200} + \log_2 U_9$$

$$\log_2 \theta = \log_2 437.0 - \frac{678.5}{1200} + \log_2 U_8$$

$$\log_2 \theta = \log_2 410.1 - \frac{588.3}{1200} + \log_2 U_7$$

$$\log_2 \theta = \log_2 391.5 - \frac{498.0}{1200} + \log_2 U_6$$

$$\log_2 \theta = \log_2 365.7 - \frac{384.4}{1200} + \log_2 U_5$$

$$\log_2 \theta = \log_2 343.1 - \frac{294.1}{1200} + \log_2 U_4$$

$$\log_2 \theta = \log_2 326.2 - \frac{180.4}{1200} + \log_2 U_3$$

$$\log_2 \theta = \log_2 305.6 - \frac{90.2}{1200} + \log_2 U_2$$

$$\log_2 \theta = \log_2 292.7 - \frac{0.0}{1200} + \log_2 U_1$$

表5-2 各音律の壹越からの音程

音名	0,11	1,10	2,9	3,8	4,7	5,6	6,5	7,4	8,3	9,2	10,1	11,0
壹越	1200.0	1200.0	1200.0	1200.0	1200.0	1200.0	1200.0	1200.0	1200.0	1200.0	1200.0	1200.0
上無	1086.3	1086.3	1086.3	1086.3	1086.3	1109.8	1109.8	1109.8	1109.8	1109.8	1109.8	1109.8
神仙	996.1	996.1	996.1	996.1	996.1	996.1	996.1	996.1	996.1	996.1	1019.6	1019.6
盤渉	882.4	882.4	882.4	905.9	905.9	905.9	905.9	905.9	905.9	905.9	905.9	905.9
鸞鏡	792.2	792.2	792.2	792.2	792.2	792.2	792.2	792.2	815.6	815.6	815.6	815.6
黄鐘	678.5	702.0	702.0	702.0	702.0	702.0	702.0	702.0	702.0	702.0	702.0	702.0
鳧鐘	588.3	588.3	588.3	588.3	588.3	588.3	611.7	611.7	611.7	611.7	611.7	611.7
双調	498.0	498.0	498.0	498.0	498.0	498.0	498.0	498.0	498.0	498.0	498.0	521.5
下無	384.4	384.4	384.4	384.4	407.8	407.8	407.8	407.8	407.8	407.8	407.8	407.8
勝絶	294.1	294.1	294.1	294.1	294.1	294.1	294.1	294.1	294.1	294.1	317.6	317.6
平調	180.4	180.4	203.9	203.9	203.9	203.9	203.9	203.9	203.9	203.9	203.9	203.9
断金	90.2	90.2	90.2	90.2	90.2	90.2	90.2	113.7	113.7	113.7	113.7	113.7
壹越	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

表 5-3 はその結果である。本来なら $\log_2 \theta$ の値はすべて同じになるが、誤差を含んでいるため値はさまざまである。この表から音律 1 通りに対して壹越からオクターブ上の壹越までの $\log_2 \theta$ の平均値と残差の平方和を求める。そして一番残差の平方和が小さい値の音律をエリス(1951)で測定値された日本音楽十二律の音律に最も近いとみなし、その平均値をその標準音の周波数とする。

表5-3 $\log_2 \theta$ の値

音名	0,11	1,10	2,9	3,8	4,7	5,6	6,5	7,4	8,3	9,2	10,1	11,0
壹越	8.193	8.193	8.193	8.193	8.193	8.193	8.193	8.193	8.193	8.193	8.193	8.193
上無	8.197	8.197	8.197	8.197	8.197	8.177	8.177	8.177	8.177	8.177	8.177	8.177
神仙	8.185	8.185	8.185	8.185	8.185	8.185	8.185	8.185	8.185	8.185	8.165	8.165
盤渉	8.206	8.206	8.206	8.186	8.186	8.186	8.186	8.186	8.186	8.186	8.186	8.186
鸞鏡	8.186	8.186	8.186	8.186	8.186	8.186	8.186	8.186	8.167	8.167	8.167	8.167
黄鐘	8.206	8.187	8.187	8.187	8.187	8.187	8.187	8.187	8.187	8.187	8.187	8.187
鳧鐘	8.190	8.190	8.190	8.190	8.190	8.190	8.170	8.170	8.170	8.170	8.170	8.170
双調	8.198	8.198	8.198	8.198	8.198	8.198	8.198	8.198	8.198	8.198	8.198	8.178
下無	8.194	8.194	8.194	8.194	8.175	8.175	8.175	8.175	8.175	8.175	8.175	8.175
勝絶	8.177	8.177	8.177	8.177	8.177	8.177	8.177	8.177	8.177	8.158	8.158	8.158
平調	8.199	8.199	8.180	8.180	8.180	8.180	8.180	8.180	8.180	8.180	8.180	8.180
断金	8.180	8.180	8.180	8.180	8.180	8.180	8.180	8.161	8.161	8.161	8.161	8.161
壹越	8.193	8.193	8.193	8.193	8.193	8.193	8.193	8.193	8.193	8.193	8.193	8.193

第6章 分析結果

1. 分析結果

第5章で説明した手法によって求めた $\log_2 \theta$ の平均値は表6-1の通りである。(0,11)から(11,0)まではそれぞれの音律を表している。平均は各音律で壱越と各音のセント値を①式に代入して求めた値の平均値である。偏差平方和は平均との差の平方和である。周波数は $\log_2 \theta$ の平均値を元の周波数の値に変換したものである。95%信頼区間の値は周波数に変換している。表6-1から偏差平方和が最小になるのは音律(3,8)であり、エリス(1951)で測定された日本音楽十二律を表す音又列の音律は(3,8)に最も近いということになる。そして標準音の周波数は291.663Hzである。

表6-1 分析結果

音律	平均	偏差平方和	周波数	95%信頼区間
0,11	8.193	0.000938	292.576	[291.495, 293.662]
1,10	8.191	0.000767	292.272	[291.295, 293.252]
2,9	8.190	0.000804	291.967	[290.968, 292.970]
3,8	8.188	0.000529	291.663	[290.853, 292.475]
4,7	8.187	0.000645	291.359	[290.466, 292.255]
5,6	8.185	0.000605	291.055	[290.191, 291.922]
6,5	8.184	0.000783	290.752	[289.770, 291.738]
7,4	8.182	0.001266	290.449	[289.202, 291.702]
8,3	8.181	0.001457	290.147	[288.810, 291.489]
9,2	8.179	0.001938	289.844	[288.306, 291.391]
10,1	8.178	0.002070	289.542	[287.954, 291.140]
11,0	8.176	0.001633	289.241	[287.831, 290.657]

2. 明土(2011)との比較

(1) 標準音

標準音の周波数は本稿では291.663Hz、明土(2011)では291.333Hzである。この2音のセント値は1.96セントしかない。特別に訓練された優秀な耳を持つ人でも4セント未満の音程は区別できないため、1.96セントという差の2音は全く同じ音に聞こえる。さらに本稿での音律(3,8)の周波数の95%信頼区間は[290.934, 292.394]であり、明土(2011)の291.333Hzはこれに含まれる。以上から標準音の周波数においては本稿と明土(2011)で同じ結果が得られたと考えられる。

(2) 音律

音律の方であるがエリス(1951)で測定された日本音楽十二律を表す音叉列の音律は本稿、明土(2011)とも音律(3,8)が最も近いという結果になっている。先行研究でも紹介したように明土(2011)はここから日本音楽十二律の音律は(5,6)であると結論付けている。

ここで本稿では明土(2011)の音律(5,6)を再検討する。明土(2011)が音律(3,8)、(4,7)、(5,6)を日本音楽十二律の候補にあげるのに行った分析と同じ分析を行う。表 6-1 にある各音律における標準音の周波数をもとに音律 1 通りに対して残りに 11 個の音の周波数を求めた。例えば音律(6,5)の場合、標準音つまり壺越の周波数は 290.752Hz である。そこから順八逆六法壺越→黄鐘→平調→盤涉→下無→上無→鳧鐘を取り、順六逆八法で壺越→双調→神仙→勝絶→鸞鏡→断金の周波数を取る。それらと表 4-1 のエリス(1951)で測定された周波数とのセント値を求める。表 6-2 はその結果であり、セント値の差の絶対値が特別に訓練された人の閾値(4 セント以上 10 セント未満)またはそれ以下(4 セント未満)であれば○、かなり訓練された人の閾値(10 セント以上 16 セント未満)であれば△、それ以上の場合(16 セント以上)であれば×をつける。

明土(2011)は×がひとつもない音律を日本音楽十二律の候補にあげた。それが 3 つの音律(3,8)、(4,7)、(5,6)である。しかし本稿の結果では音律(5,6)は双調の音が×である。なぜ違いが生じるかというと明土(2011)は(0,11)から(11,0)までのすべての音律で標準音を 291.333Hz として各音の周波数を求めている。一方で本稿では各音律で求めた $\log_2 \theta$ の平均値を標準音の周波数として求めている。本稿での結果では音律(5,6)は双調に×が出ており、日本音楽十二律にはふさわしくないことが判明した。

表6-2 各音律における測定値と残差の関係

	0,11	1,10	2,9	3,8	4,7	5,6	6,5	7,4	8,3	9,2	10,1	11,0
上無	○	○	○	△	△	○	○	○	○	○	○	○
神仙	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	△	△
盤渉	△	×	×	○	○	○	○	○	○	○	△	△
鸞鏡	○	○	○	○	○	○	○	○	×	△	△	△
黄鐘	×	○	○	○	○	○	○	○	○	○	△	△
鳧鐘	○	○	○	○	○	○	△	△	△	△	○	○
双調	○	○	○	△	△	×	×	×	×	×	×	○
下無	○	○	○	○	△	△	○	○	○	○	○	○
勝絶	×	×	△	△	△	○	○	○	○	×	×	×
平調	○	○	△	△	○	○	○	○	○	○	○	○
断金	△	△	△	○	○	○	○	×	×	×	×	×
壺越	○	○	○	○	○	△	△	△	△	×	×	×

ここからは本稿の分析と離れるが日本音楽十二律の音律として可能性が高いのは田辺(1956)の音律(4,7)である。ひとつは表 6-2 から音律(4,7)もエリス(1951)で測定された値から大きく外れる音は無い。もうひとつは先行研究で紹介したように明土(2011)では田辺(1956)の音律は下無の音高を俗楽十二律から取っていると主張している。しかし音律(4,7)は順八逆六法で壺越→黄鐘→平調→盤渉→下無、順六逆法で壺越→双調→神仙→勝絶→鸞鏡→断金→鳧鐘→上無であるので、実際は雅楽十二律から取っていることになる。これで明土(2011)の主張は崩れ、田辺(1956)の音律(4,7)の可能性は否定できない。

第7章 終わりに

本稿ではエリス(1951)で測定された結果から日本音楽十二律の標準音の周波数と音律を推定した。しかし標準音については昔から黄鐘だったという説も存在する。さらには雅楽の笙と呼ばれる楽器は平調を標準音にした方が調律しやすい構造になっているのも疑問である。また周波数についてもなぜ昭和時代初期に意図的な改変がなされたのかも不明である。本稿では触れなかった日本音楽の歴史に注目して日本音楽を明確にしていくのが今後の課題として考えられる。

参考文献

明土真也 「基本的な統計手法の活用による日本の十二律の推定」『日本統計学会誌』,第 41 巻第 1 号, 2011 年, pp. 23-50.

A.J. エリス,門馬直美訳 『諸民族の音階 -比較音楽論-』音楽之友社, 1951 年.

東京芸術大学百年史編集委員会 『東京芸術大学百年史 東京音楽学校編 第 1 巻』音楽之友社, 1987 年.

押田良久 『雅楽鑑賞』文憲堂七星社, 1981 年.

田辺尚雄 『音楽理論(改訂版)』共立出版, 1956 年.

出口幸子・白井克彦 「楽譜情報に基づいた箏曲の音律と音階の分析」『情報処理学会論文誌』第 42 巻第 3 号, 2001 年, pp. 642-649.