制御論第一

2000/07/27

1. 状態空間モデル

$$\dot{x}_1 = x_1 - \alpha x_2 + n$$

$$\dot{x}_2 = x_1 - 3x_2$$

$$y = x_1 + \beta x_2$$

について, 次の問に答えよ.

(a) このシステムに単位ステップ関数を入力として加えたところ, 出力は時刻とともに 0 に収束した. β の値を求めよ.

(b) 次にこのシステムに入力として $\sin t$ を加えたところ, 十分時間が経った後出力は

$$y(t) = \frac{\sqrt{2}}{4}\sin(\omega t + \theta)$$

となった. α, ω, θ を求めよ.

(c) このシステムに次のような入力を加えたときの出力を求め, その概形を記せ.

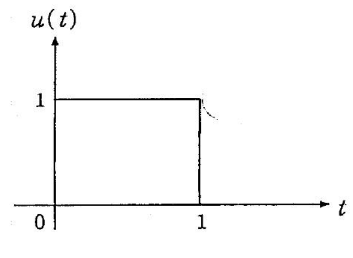

図 1

2. 下図の連結した水槽系を考える.

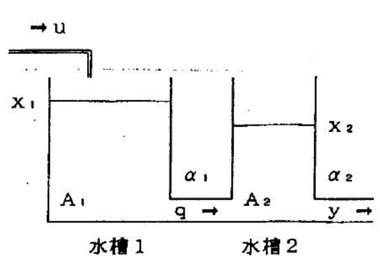

図 2

水槽 1, 2 の水位および断面積をそれぞれ x_1, x_2 および A_1, A_2 とし, 水槽 1 への流入流量を u, 連結管の流量を q, 水槽 2 からの流出流量を y とする. また, 連結管流量 q および排出管流量 y は, 各パイプ両端の差圧 (水位差) に比例するものとし, その比例定数を α_1, α_2 とする. なお, 変数 x_1, x_2, u, y, q はいずれもある定常状態からの変動分とする. このとき, 以下の問に答えよ.

(a) この水槽系の線形化近似特性を下記の 4 つの部分に分けて記述せよ.

- 水槽 1:水位 x_1 に関する微分方程式
- 連結管:連結流量 q と水位との関係式
- 水槽 2:水位 x_2 に関する微分方程式
- 排出管:流出量 y と水位との関係式

(b) 上で求めた 4 つの関係式をもとに, この水槽系のブロック線図を描け.

(c) このブロック線図を等価変換することにより, u から y への伝達関数 $G(s)$ を求めよ.

(d) この水槽系の制御入力を u, 状態ベクトルを $x = [x_1, x_2]^T$, 出力を y とする次の形の状態方程式を求めよ.

$$\dot{x} = Ax + bu,\ y = cx$$

3. 下図の制御系を考える.

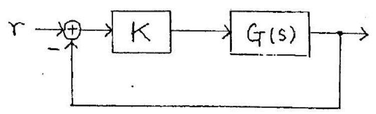

図 3　フィードバック制御系

$$G(s) = \frac{e^{-Ls}}{1 + Ts}$$

(a) K を次第に大きくしていくとある値 K_c で持続振動が発生し, その周波数は f_c であった. f_c と K_c との関係を求めよ.

(b) T を大きくすると K_c は大きくなることを示し, $T \to \infty$ における K_c の漸近値を求めよ.

(c) $K_c = 6$ のとき, ゲイン余裕が $20 \log 2$[dB] となるように K を選んだ. このとき, r のステップ状変動に対する定常誤差を求めよ.