

制御論第一

2003/07/24

1. (a) 状態空間モデル

$$\dot{x}_1 = -\gamma x_1 + \alpha_1 x_2$$

$$\dot{x}_2 = -\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_3$$

$$\dot{x}_3 = -\alpha_2 x_2 + u$$

$$y = x_2$$

が可制御, 可観測であるための条件を求めよ.

(b) 前問の状態空間モデルが安定 ($u = 0$ としたとき任意の初期状態から出発して $x_i(t)$ は 0 に漸近することをいう) であるためには $\gamma > 0, \alpha_1 \alpha_2 \neq 0$ が必要十分条件であることを示せ.

(c) n 次の状態空間モデル

$$\dot{x}_1 = -\gamma x_1 + \alpha_1 x_2$$

$$\dot{x}_i = -\alpha_{i-1} x_{i-1} + \alpha_i x_{i+1}, \quad 2 \leq i \leq n-1$$

$$\dot{x}_n = -\alpha_{n-1} x_{n-1} + u$$

は $\gamma > 0, \alpha_1 \alpha_2 \cdots \alpha_{n-1} \neq 0$ のとき安定であることをリアプノフの定理を用いて示せ.

2. 次の微分方程式をラプラス変換を用いて解け.

(a) $\frac{d^2 x}{dt^2} + 2 \frac{dx}{dt} + x = t, x(0) = 0, \dot{x}(0) = 0$

(b) $\frac{dx}{dt} + x = u(t), x(0) = 0$

$$u(t) = \begin{cases} \sin \omega t & 0 \leq t \leq \frac{2\pi}{\omega} \\ 0 & t \geq \frac{2\pi}{\omega} \end{cases}$$

3. 下図の閉ループ系について次の問いに答えよ.

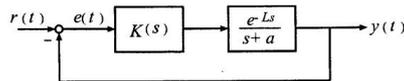


図 1

(a) $K(s) = k$ として k を 0 から少しずつ大きくしていくと $k = k_0$ でループ内に持続振動が発生した. k_0 とそのときの発振周期を求めよ.

(b) 上の K_0 は a と L に依存するが, 同じ a に対しては L が大きいほど小さくなることを示せ.

(c) $K(s) = \epsilon k_0$ としたとき ($0 < \epsilon < 1$), ステップ入力

$$r(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

に対する定常誤差を求めよ.

(d) $a = 1$ のとき $K(s)$ として PI 制御

$$K(s) = K_0 \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right)$$

を用いた. 閉ループ系が安定であるための条件を求めよ.

(e) 前問において $r(t)$ として正弦波

$$r(t) = \sin \omega t$$

を加えた. 十分時間が経った後の誤差 $e(t)$ を求めよ.

4. 揺れる船の甲板の上に立って平衡を保つ動作を制御系と考え, その制御系をブロック線図で記述せよ.