

数理手法 II

河村哲也教員

2007/01/23

1. 偏微分方程式

$$\frac{\partial u}{\partial t} + c \frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

を差分方程式

$$u_j^{n+1} = u_j^n - \frac{c}{2} \frac{\Delta t}{\Delta x} (u_{j+1}^n - u_{j-1}^n) + \frac{c^2}{2} \left(\frac{\Delta t}{\Delta x} \right)^2 (u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n)$$

で近似したときの 安定条件を求めよ.

2. ポアソン方程式の境界値問題

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 6x - 3y \quad (0 < x < 1, 0 < y < 1)$$

$$u(x, 0) = 0, u(x, 1) = 3x - \frac{3}{2}x^2 \quad (0 < x < 1)$$

$$u(0, y) = 0, u(1, y) = 3y^2 - \frac{3}{2}y \quad (0 < y < 1)$$

を, 3×3 の等間隔格子に分割して差分法を用いて解き, 各格子点で近似値を求めよ. また厳密解

$$u(x, y) = 3xy^2 - \frac{3}{2}x^2y$$

と比べて一致, 不一致を調べ, その理由を述べよ.

3. 次の偏微分方程式の初期値・境界値問題を解け.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 4 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (0 < x < \pi, t > 0)$$

$$u(x, 0) = \sin x - 4 \sin 4x$$

$$u(0, t) = u(\pi, t) = 0$$