

# 数学 2D 中間テスト

宮下精二教員

2002/06/05

問題の設定が不十分または不適当と思う場合は、その旨を明記して合理的な設定を行って解答せよ。

1. 次の方程式の根  $z$  を求めよ.

(a)  $\cos z = \sqrt{3}$

(b)  $\sinh z = i$

2. 次の値を求めよ.

$$\log(-1)$$

3. 次の変換によって、単位円はどのような図形に写像されるか.

$$\omega = \frac{1}{2}\left(3z + \frac{1}{z}\right)$$

4. 次のべき級数の収束半径を求めよ.

(a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n}$

(b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n^{2n}}$

(c)  $\sum_{n=1}^{\infty} z^{n!}$

5. 次の積分の値を求めよ.

(a)  $\int_0^{1+i} \frac{dz}{z^2+1}$  (経路は直線)

(b)  $\oint_{|z|=2} \frac{dz}{z^2-1}$

6. 次の関数の極と留数を求めよ.

(a)  $\frac{z}{z^2+1}$

(b)  $\frac{1}{\coth z - 1}$

7. 次の積分を実行せよ.

(a)  $\oint_{|z|=1} \frac{\cos z}{z^3(z+2)} dz$

(b)  $\int_0^\infty \frac{\sin x}{x} dx$

(c)  $\int_{-\infty}^\infty \left( \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x-2} \right) dx$

(d)  $\int_0^\infty \frac{x^{-\frac{1}{2}}}{1+x} dx$

(e)  $\oint_{|z|=2} \frac{z}{\sqrt{z^2-1}} dz$

(f)  $\oint_{|z|=3} \sqrt{(z-2)(z+1)} dz$

8.  $\omega = \{(z-a)(z-b)\}^{\frac{1}{3}}$  の Riemann 面の構造を述べよ.