

数理手法 II

河村哲也教員

2009/02/10

1. 1 階波動方程式 (移流方程式)

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

を次の方法 (Lax 法) で近似したときの安定条件を求めなさい。

$$\frac{u_j^{n+1} - (u_{j+1}^n + u_{j-1}^n)/2}{\Delta t} + \frac{u_{j+1}^n - u_{j-1}^n}{2\Delta x} = 0$$

2. 2 次元ラプラス方程式の境界値問題

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} &= 0 \quad (0 < x < 1, 0 < y < a) \\ u(0, y) &= 0, \quad u(1, y) = 0 \quad (0 < y < a) \\ u(x, 0) &= -3, \quad u(x, a) = 3 \quad (0 < x < 1) \end{aligned}$$

を, 3×3 の等間隔格子に分割して差分法を用いて解き, $u(1/3, a/3)$, $u(1/3, 2a/3)$ での近似値を a の式で表しなさい。

3. 1 次元拡散方程式の次の初期値・境界値問題を変数分離法を用いて解きなさい。

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (0 < x < 1, t > 0) \\ u(0, t) &= u(1, t) = 0 \quad (t > 0) \\ u(x, 0) &= \begin{cases} 2x & (0 < x \leq 1/2) \\ 2(1-x) & (1/2 \leq x < 1) \end{cases} \end{aligned}$$

4. *1 波動方程式, ラプラス方程式, 拡散方程式の解の性質について知っていることを簡潔に述べなさい。

*1 1. から 3. が全く解けなかった場合のみ回答しなさい。