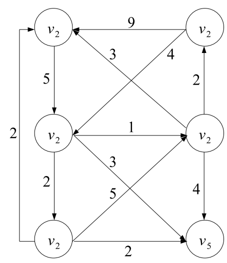
算法数理工学

牧野和久教員

2009/02/09

1. 下記の (a) から (f) の文章が正しいかどうか成否を述べよ．
   (a) 問題 A のそれぞれの問題例に対して，それを解くアルゴリズムが存在するとき，A は計算可能であるという．
   (b) 今後，計算機の性能が向上すれば，どんな問題も計算可能になる．
   (c) アルゴリズムの時間量は，コード化したときの長さに比例する．
   (d) 時間量と領域量は，アルゴリズムの性能を評価する重要な基準ではあるが，それ以外にも，単純さやデバッグのし易さなども重要である．
   (e) $\mathrm{O}(n^3)$ 時間アルゴリズムと $\mathrm{O}(n^2)$ 時間アルゴリズムでは，$\mathrm{O}(n^2)$ 時間アルゴリズムの方が速い．
   (f) $\mathrm{O}(n^3) = 3n^3 + n^2 \log n - 3n$ である．
2. 無向グラフ $G = (V, E)$ 中の相異なる 3 本の枝 e_1, e_2, e_3 に対して，e_1 と e_2 を通る初等的閉路 C_1 が存在し，かつ，e_2 と e_3 を通る初等的閉路 C_2 が存在するとき，e_1 と e_3 を通る初等的閉路が存在することを証明せよ．
3. 枝長を示す関数 $l : A \to \mathbf{R}_+$ をもつ下記の有向グラフ $G = (V, A)$ に対して，以下の問いに答えよ．



   (a) v_1 から各点への最短パスを示す最短パス木を求めよ．
   (b) 前問の最短パス木をダイクストラ法によって求めることにする．このとき，v_1 から各点への最短パスが決定される順に V の点を並べよ．
4. 枝長を示す関数 $l : A \to \mathbf{R}_+$ をもつ有向グラフ $G = (V, A)$ と $s, t \in V$（ただし $s \neq t$）が与えられたとき，高々 k 本の枝しか通らない最短 s-t パスを求める問題を考える．この問題に対して動的計画法を用いたアルゴリズムを構成せよ．[*1]
5. 下記の語句を説明せよ．
   (a) ヒープ

[*1] ヒント：$A(v, h)$ を高々 h 本の枝しか通らない最短 s-v パス長として，最適性の原理を示し，それに基づくアルゴリズムを構成せよ．

（b）クラス NP，NP 完全問題