松尾先生の演習の訳

Ex.1 スキームの次数を決定せよ。

Ex.2(*) ルンゲクッタ法を用いて、上のように高精度な振舞いをしないことを確かめよ。

Ex.3 安定性領域のコンセプトを思い出して（数値解析で習ったらしい） J の固有値を考えることによって、それが数値解の安定性を表せるかどうか議論せよ。(modified Euler scheme はやらなくていい)

Ex.4(*) modified Euler scheme について、その安定性領域を描き、数値解と一致するか見よ。

Ex.5 調和振動子と振り子の問題について厳密なフロー（流れ？解？）が実際に symplectic であることを示せ。

Ex.6 調和振動子の例について、symplectic Euler method が実際には symplectic method になることをチェックせよ。

Ex.7 調和振動子のための implicit midpoint scheme はハミルトニアンを保存し、それは上のスキームの例として知られている。この場合、なにが離散勾配か？また、それが実は離散連鎖法則を満たすことを確かめよ。

Ex.8(*) ほかのハミルトニアン問題を考え、symplectic Euler method や discrete gradient method(適切な離散勾配を用いること) やその他の一般的な method(implicit Euler など) を試してみよ。比べてみるとどうか？それぞれのスキームについて、ハミルトニアンの変化の様子を長時間について描くのはいい考え。
いい例（ほかのハミルトン問題）が見つからないときは、以下のケプラー問題を考えよ（でも、離散勾配を見つけるのがちょっと難しい)

Ex.9（散逸系）
(3)式を負の半正定値行列 A(negative semi-definite matrix)を用いて確認せよ。この系が散逸であることと、discrete gradient method (4)が散逸特性を厳密に保存することを証明せよ。また、A が負の半正定値行列であり、さらに z に依存する場合はどうか？