

応用統計学

2002/02/07

以下の4問にすべて答えること。

1. 中古マンション価格に関する以下の回帰分析の実行例の一部を見て、どのように結果を解釈するか説明せよ。

```
price <- data[,1]; time <- data[,2]; bus <- data[,3]; walk <- data[,4]
area <- data[,5]; bal <- data[,6]; kosuu <- data[,7]; floor <- data[,8]
tf <- data[,9]; muki <- data[,10]; year <- data[,11]; setumei <- data[,2:11]

ls.print(lsfite(setumei, price))

Residual Standard Error=1102.624
R-Square=0.8352
Estimate Std.Err t-value Pr(>|t|)
Intercept 1225.6489 512.6177 2.3910 0.0179
V2 -62.8140 6.2711 -10.0165 0.0000
V3 -68.1363 21.2373 -3.2083 0.0016
V4 -42.9196 19.7840 -2.1694 0.0315
V5 -72.0570 3.4155 21.0973 0.0000
V6 -32.9166 14.2813 -2.3049 0.0224
V7 0.3446 0.4454 0.7737 0.4402
V8 31.8650 42.3613 0.7522 0.4530
V9 -51.2410 35.4535 -1.4453 0.1503
V10 -6.4652 109.0807 -0.0593 0.9528
V11 -44.3504 9.4024 -4.7169 0.0000
```

2. n 次元ベクトル y を Xb の形のベクトルで近似する最小二乗法の解

$$b = (X'X)^{-1}X'y$$

の導出について幾何的な解釈も含めて説明せよ。ただし X は $n \times p$ 行列, $n \geq p$, $\text{rank}X = p$, b は p 次元ベクトルである。また X の右から $p \times p$ の正則行列 A を掛けて X のかわりに XA を説明変数行列としたときに、最小二乗解や予測値ベクトル Xb はどのように変化するかを示せ。これにより最小二乗法は「説明変数の単位の取り方に依存しない」ことを説明せよ。

3. 3囚人の問題:

3人の囚人 A, B, C がいて、うち2人は処刑され1人が釈放されることがわかっている。この段階で A が釈放される確率は $1/3$ である。誰が釈放されるか知っている看守に対し、A が「B と C のうち少なくとも1人処刑されるのは確実なのだから、2人のうち処刑される1人の名前を教えてください。でもわたしの釈放についての情報を与えることにはならないだろう。1人を教えてくれないか」と頼んだ。看守は A の言い分に納得して「B は処刑される」と答えた。A は自分が釈放される確率が $1/2$ になったと喜んだ。

を変形したカードの問題:

1, 2, 3 の数字の書いた3枚のカードを(自分が)裏にして並べて、その中から相手に1を当ててもらおうとする。自分は1を置いた場所を覚えておく。まず相手に3枚のうち1枚を選んでもらう。相手の選ばなかった2枚の中には1以外のものが少なくとも1枚あるので、残りの2枚の中で1以外のものを1枚表にする。この段階で相手に「最初に選んだカードを選び続ける」(stick)か、「も

う 1 枚の裏になったカードに「選び直す」(switch) か, を聞く.

について, 状況をきちんと設定して正しい条件付確率を導出せよ. また二つの問題の同値性についても説明せよ.

4. M 個の赤玉と $N - M$ 個の白玉が入っている壺から n 個を無作為に抜き出した時の赤玉の数 X の分布は超幾何分布と言われる. 超幾何分布の確率関数

$$P(X = x) = \frac{\binom{M}{x} \binom{N - M}{n - x}}{\binom{N}{n}}$$

を導出せよ. さらに超幾何分布においては M と n の役割が対称であることを説明せよ.