数値線形計算

2003/07/17

- 1-5 から 4 問選んで答えよ.

1. 連立一次方程式 $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ を解くための反復法について簡潔に説明せよ.

2. ガウスの消去法と同様の手順を追うことによって

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 7 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

を LU 分解せよ. ただし, L は対角成分が 1 である下三角行列, U は上三角行列である.

3. Gerschgorin の定理を用いて

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

の固有値の存在する区間を求めよ. 次に, A を QR 分解し $RQ(= Q^{-1}AQ)$ を求め, 再び Gerschgorin の定理を用いて固有値の存在する区間を求めよ. ただし, Q は直交行列, R は上三角行列である.

4. Sylvester の慣性律と LU 分解を用いて, 対称行列

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

の固有値の存在する区間を幅 1 以下で求めよ.

5. 2 次元の領域 Ω とその境界 $\Gamma_q, \Gamma_u(\Gamma_1 \cup \Gamma_u = \partial\Omega)$ において

$$\frac{\partial}{\partial x}(k\frac{\partial u(x,y)}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(k\frac{\partial u(x,y)}{\partial y}) + f(x,y) = 0 \ \mathrm{for}(x,y) \in \Omega$$

$$k\frac{\partial u}{\partial n} = q(x,y) \ \mathrm{for}(x,y) \in \Gamma_q, u(x,y) = g(x,y) \ \mathrm{for}(x,y) \in \Gamma_u$$

であるとする. ただし, $\dfrac{\partial u}{\partial n}$ は境界での鉛直外向き方向の微分を表し, f, q, g は与えられているものとする. 有限要素法によるこの問題の解法について簡潔に説明せよ.