

第3問 (2) ヒント

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & B & & 0 \\ B & \alpha & B & \\ & B & \ddots & \\ 0 & & \ddots & \alpha & B \\ & & & B & \alpha \end{pmatrix}$$

← この形の行列の固有値を求めよ。

問題で与えられている行列 B を使って

$$A = \beta B + \alpha E$$

と表せる。

固有方程式は

$$\det(A - \lambda E) = 0$$

$$\Leftrightarrow \det(\beta B + \alpha E - \lambda E) = 0$$

$$\Leftrightarrow \det(\beta E) \det\left(B - \frac{\lambda - \alpha}{\beta} E\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \det\left(B - \frac{\lambda - \alpha}{\beta} E\right) = 0$$

とここで B の固有値は既知でしてよいか? ; (汗)

はい ... 以下同様

あと A の固有値が $\{\lambda_i\}$ ならば A^{-1} の固有値は $\{\lambda_i^{-1}\}$ である。

$$A^{-1}Ax = \lambda_i^{-1}x$$

$$AA^{-1}x = A\lambda_i^{-1}x$$

$$x = \lambda_i^{-1}Ax$$

$$Ax = \lambda_i x$$

$$\lambda_i^{-1} = \lambda_i^{-1}$$

$$\lambda_i = \lambda_i^{-1}$$

あとで気づいたこと。上と下でやり方統一しておけばよかったw
(固有方程式をいじるのと $Ax = \lambda x$ を変形するの)

字汚くてサーセン。

TeXで行列うつのがめんどくさかったんですw