

# 制御論第一

原辰次教員

2008/07/24

1. 図1のフィードバック制御系を考える。ここで、

$$P(s) = \frac{1}{s-1}, K(s) = \frac{g}{s+a}, F(s) = f$$

とする。このとき、以下の問に答えよ。

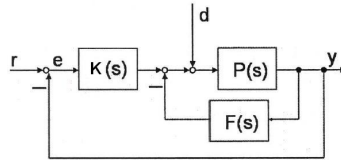


図1 フィードバック制御系

- (a)  $r$  から  $e$  までの伝達関数  $G_{er}(s)$  と、 $d$  から  $y$  までの伝達関数  $G_{yd}(s)$  を求めよ。
- (b)  $G_{er}(s)$  と  $G_{yd}(s)$  がともに安定となるための必要十分条件を求めよ。
- (c) ステップ状の外乱  $d$  に対して

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 0$$

となるための必要十分条件を求めよ。

- (d) 前問の条件のもとで閉ループ極を

$$\frac{-1 \pm \sqrt{3}j}{2} \sigma, \sigma > 0$$

に配置したい。これを実現する  $a, f, g$  の関係を求めよ。

2.

$$G(s) = k \frac{1+Ts}{1+\alpha Ts} \quad (k > 0, T > 0, \alpha > 0)$$

で与えられる伝達関数に関して、以下の問に答えよ。

- (a)  $G(s)$  が位相進み要素となるための条件を求めよ。
- (b) 前問の条件のもとで、 $G(s)$  の位相が最大となる周波数  $\omega_m$  を求めよ。
- (c)  $P(s) = 1/s^2$  と、 $T = 1$  とした  $G(s)$  で構成される直結フィードバック制御系 (図2) を考える。位相余裕が  $45^\circ$  となるようなパラメータ  $k > 0$  と  $\alpha > 0$  の組を1つ求めよ。ただし、 $G(s)$  の位相の最大値  $\theta_m$  は

$$\sin \theta_m = \frac{1-\alpha}{1+\alpha}$$

で与えられることを用いてよい。

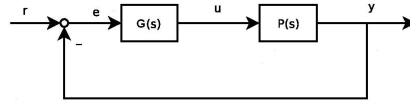


図2 直結フィードバック制御系

3. 一巡伝達関数  $L(s)$  の相対次数が2以上で直結フィードバック系が安定であると仮定する. このとき, 感度関数  $S(s) \equiv 1/1 + L(s)$  について,

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \log |S(j\omega)| d\omega = \sum_{i=1}^m p_i$$

という Bode の積分公式が成立する. ただし,  $p_i$  は  $L(s)$  の不安定極である. 以下の問に答えよ.

- (a)  $L(s)$  が安定であるとき, Bode の積分公式が意味するところを説明せよ.
- (b)  $L(s) = P(s)K(s)$ ,  $P(s) = 1/s - p$ ,  $K(s) = k/s$  とする. このとき,  $P(s)^{*1}$  を安定化する  $k$  が存在するために  $p$  が満たすための条件を求めよ.
- (c) 前問の条件の下で,  $k$  を変化させたときの  $S(s)$  のボード線図 (ゲイン線図) の概要を描き, それがどのように変化するかを示せ.

\*1 入力者注:  $L(s)$  の可能性? 試験時誤植訂正なし