

制御論第一

原辰次教員

2008/07/24

1. 図1のフィードバック制御系を考える。ここで、

$$P(s) = \frac{1}{s-1}, K(s) = \frac{g}{s+a}, F(s) = f$$

とする。このとき、以下の問に答えよ。

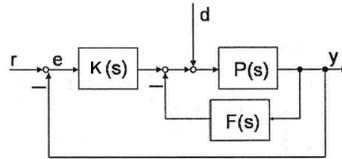


図1 フィードバック制御系

- (a) r から e までの伝達関数 $G_{er}(s)$ と、 d から y までの伝達関数 $G_{yd}(s)$ を求めよ。
- (b) $G_{er}(s)$ と $G_{yd}(s)$ がともに安定となるための必要十分条件を求めよ。
- (c) ステップ状の外乱 d に対して

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 0$$

となるための必要十分条件を求めよ。

- (d) 前問の条件のもとで閉ループ極を

$$\frac{-1 \pm \sqrt{3}j}{2} \sigma, \sigma > 0$$

に配置したい。これを実現する a, f, g の関係を求めよ。

2.

$$G(s) = k \frac{1+Ts}{1+\alpha Ts} \quad (k > 0, T > 0, \alpha > 0)$$

で与えられる伝達関数に関して、以下の問に答えよ。

- (a) $G(s)$ が位相進み要素となるための条件を求めよ。
- (b) 前問の条件のもとで、 $G(s)$ の位相が最大となる周波数 ω_m を求めよ。
- (c) $P(s) = 1/s^2$ と、 $T = 1$ とした $G(s)$ で構成される直結フィードバック制御系 (図2) を考える。位相余裕が 45° となるようなパラメータ $k > 0$ と $\alpha > 0$ の組を1つ求めよ。ただし、 $G(s)$ の位相の最大値 θ_m は

$$\sin \theta_m = \frac{1-\alpha}{1+\alpha}$$

で与えられることを用いてよい。

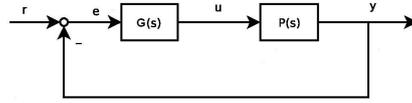


図2 直結フィードバック制御系

3. 一巡伝達関数 $L(s)$ の相対次数が2以上で直結フィードバック系が安定であると仮定する. このとき, 感度関数 $S(s) \equiv 1/1 + L(s)$ について,

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \log |S(j\omega)| d\omega = \sum_{i=1}^m p_i$$

という Bode の積分公式が成立する. ただし, p_i は $L(s)$ の不安定極である. 以下の問に答えよ.

- (a) $L(s)$ が安定であるとき, Bode の積分公式が意味するところを説明せよ.
- (b) $L(s) = P(s)K(s)$, $P(s) = 1/s - p$, $K(s) = k/s$ とする. このとき, $P(s)^{*1}$ を安定化する k が存在するために p が満たすための条件を求めよ.
- (c) 前問の条件の下で, k を変化させたときの $S(s)$ のボード線図 (ゲイン線図) の概要を描き, それがどのように変化するかを示せ.

*1 入力者注: $L(s)$ の可能性? 試験時誤植訂正なし