

# 制御論第一

原辰次教員

2007/07/19

- 大問 1 から大問 3 までの全 3 問すべてに解答せよ.
- 各問ごとに 1 枚の解答用紙を用いよ. 必要があれば裏面を使用してよい.
- 各用紙に氏名と学生証番号を必ず記入すること.

1. 図 1 のフィードバック制御系を考える. ここで,

$$P(s) = \frac{1 + bs}{s(s + a)}, \quad C(s) = K$$

である. 以下の問に答えよ.

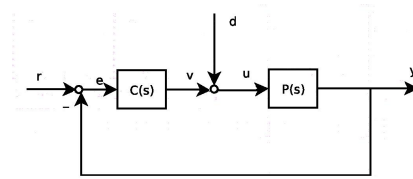


図 1 フィードバック制御系

- (a) 閉ループ系が安定となるための条件を求め, その条件を満たす  $(a, b)$  の領域を  $(a, b)$  平面に図示せよ.
- (b)  $C(s) = K$  によって安定化できない  $P(s)$  のクラスをパラメータ  $a, b$  の条件で表せ.
- (c) 閉ループ系は安定と仮定する. ステップ状の目標入力  $r(t)$  に対する定常偏差  $e_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t)$  を求めよ. また, ステップ状の外乱入力  $d(t)$  に対する出力の定常偏差  $y_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t)$  を求めよ.
- (d)  $e_\infty$  と  $y_\infty$  の値を比較し, その違いがどうして生じるのかを説明せよ.
2. 2 つのパラメータ  $a$  と  $T$  をもつ伝達関数

$$G(s) = H(s) \frac{1 + Ts}{(s + a)}, \quad H(s) = \frac{1}{s(s + 1)}$$

を考える. システム  $G(s)$  に対して, 以下のような観測 (a) ~ (e) がなされた. それぞれの場合に対して, パラメータ  $a$  と  $T$  に関して知ることができる情報 (パラメータの符号, 値, 満たすべき条件など) を記せ. また, どのようなパラメータの組  $(a, T)$  を選んでもそのような状況が起きない場合には, その理由を記せ.

(a) インパルス応答を観測したところ, 出力  $y(t)$  は

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 2$$

を満たした.

(b) インパルス応答を観測したところ, 出力  $y(t)$  は以下の 2 つの条件を満たした.

- $y(t) < 0 : 0 < t < t_0$  ( $t_0$  は十分小さい正の数)
- $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) : \text{有界.}$

(c)  $G(s)$  の位相特性に関し,

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \angle G(j\omega) = 2l\pi \quad (l \text{ はある整数})$$

を観測した.

(d)  $a > 0$  を仮定する.  $G(s)$  の周波数特性と  $H(s)$  の周波数特性を比較したところ, 以下の観測がなされた.

- ある定数  $\gamma > 0$  が存在して,  $|G(j\omega)| = \gamma|H(j\omega)|, \forall \omega$
- $\angle G(j\omega) \geq \angle H(j\omega), \forall \omega$

(e)  $a > 0$  を仮定する.  $C(s) = K$  ( $K$  は正数) でフィードバック制御を行ったとき (図 1), 十分大きな正数  $K$  で閉ループ系が不安定となった.

3. 図 2 のフィードバック系において  $P(s)$  はプロパー, 安定で  $P(0) \neq 0$  を仮定する. 以下の問に答えよ.

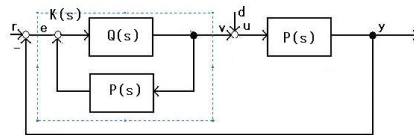


図 2 フィードバック制御系

(a)  $e$  から  $v$  までの伝達関数  $K(s)$  を求めよ.

(b)

$$\begin{pmatrix} r \\ d \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} e \\ u \end{pmatrix}$$

の伝達関数  $H(s)$  を  $P(s)$  と  $Q(s)$  を用いて表せ.

(c) 上記の  $H(s)$  がプロパーで安定となるための必要十分条件を,  $Q(s)$  の条件として表せ.

(d) ステップ状の外乱入力  $d(t)$  に対して  $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 0$  が成立するために  $Q(s)$  が満たすべき条件を求めよ. ただし  $r(t) = 0$  とする. また, そのとき制御器  $K(s)$  が満たすべき条件を示せ.

(e) 周波数  $\omega$  の正弦波目標入力  $r(t) = \sin \omega t$  に対して定常偏差を零にする  $Q(s)$  が満たすべき条件を求めよ. ただし,  $d(t) = 0$  とする. また, そのような  $Q(s)$  が存在するために  $P(s)$  が満たすべき条件を示せ.